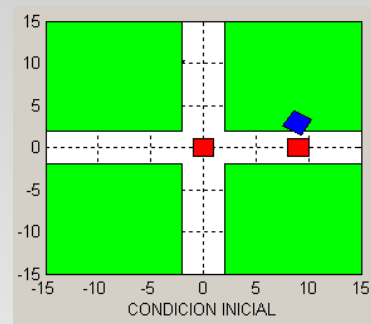
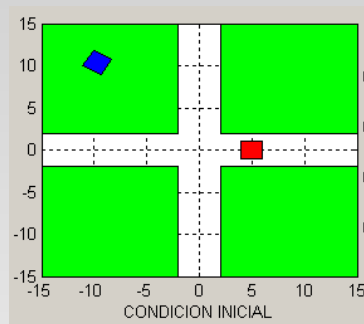
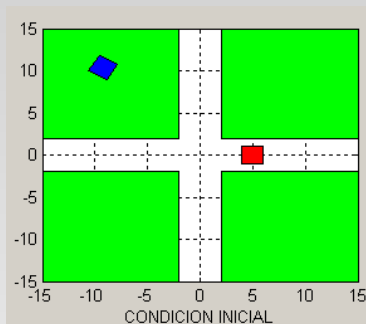
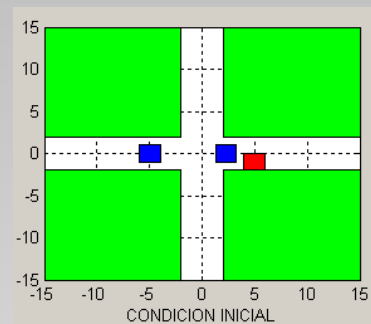
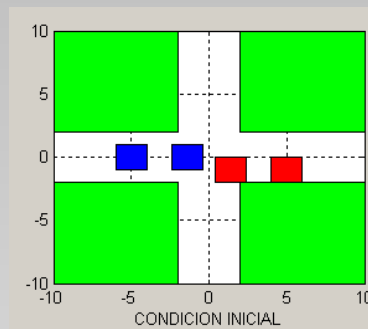
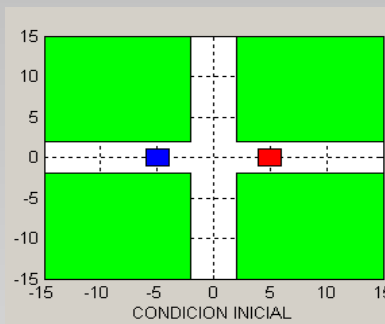




# ACCIDENTES DE TRÁFICO "RECONSTRUCCIÓN "



Autor : Francisco Javier Hidalgo López

Dirigido por: Dra. Juana Mayo Núñez

Dpto. Ingeniería Mecánica  
y de los Materiales  
Curso 2004/05

## INDICE

<b>INDICE.....</b>	<b>2</b>
<b>1. PRESENTACIÓN .....</b>	<b>5</b>
<b>2. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>7</b>
<b>3. EL SISTEMA HOMBRE-VEHICULO-MEDIO EN LA SEGURIDAD DE TRÁFICO .....</b>	<b>8</b>
<b>4. LA RECONSTRUCCIÓN DE LOS ACCIDENTES.....</b>	<b>13</b>
<b>4.1. OBJETIVOS DE LAS RECONSTRUCCIONES .....</b>	<b>13</b>
<b>4.2. FUNDAMENTOS DE FÍSICA APLICADOS AL MOVIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS .....</b>	<b>15</b>
4.2.1. NEUMÁTICOS. INTERACCIÓN ENTRE EL VEHÍCULO Y LA SUPERFICIE DE RODADURA.....	15
4.2.2. RESISTENCIA A LA RODADURA. COEFICIENTE DE RESISTENCIA A LA RODADURA.....	16
4.2.3. ESFUERZOS LONGITUDINALES (TRACCIÓN Y FRENADO). DESLIZAMIENTO. ADHERENCIA.....	18
4.2.4. DESLIZAMIENTO SIMPLE .....	22
4.2.5. MODELO DINÁMICO VEHICULAR.....	29
<b>4.3. FUNDAMENTOS DE FÍSICA APLICADOS AL CHOQUE ENTRE VEHÍCULOS Y OTROS ELEMENTOS DE LA INFRAESTRUCTURA .....</b>	<b>34</b>
4.3.1. CHOQUE FRONTAL ELÁSTICO .....	37
4.3.2. CHOQUE PERFECTAMENTE INELÁSTICO .....	38
<b>4.4. EVALUACIÓN DE LA VELOCIDAD.....</b>	<b>39</b>
4.4.1. MOMENTO LINEAL / ANÁLISIS DE LA ENERGÍA .....	41
4.4.2. ANÁLISIS DE ENERGÍA / DEFORMACIÓN .....	43
<b>4.5. ECUACIONES GENERALES PARA PARTICULAS.....</b>	<b>57</b>

<b>4.6. RESTITUCIÓN, FRICCIÓN, Y ENERGÍA PERDIDA.....</b>	<b>61</b>
<b>4.7. IMPACTO DE CUERPOS RÍGIDOS EN EL PLANO.....</b>	<b>66</b>
4.7.1. DEFINICIÓN DE LAS SECUENCIAS CINEMÁTICAS .....	74
4.7.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA CINEMÁTICO .....	77
4.7.3. INADECUACIÓN DEL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE LOS VEHÍCULOS EN EL MOMENTO DEL IMPACTO EN BASE AL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO. ....	78
4.7.4. REPRESENTACIONES GRÁFICAS .....	79
<b>4.8. RECONSTRUCCIÓN DE ATROPELLOS .....</b>	<b>82</b>
4.8.1. INTRODUCCIÓN.....	82
4.8.2. PRINCIPIOS BÁSICOS.....	82
4.8.3. CLASIFICACIÓN DE LOS VEHÍCULOS .....	83
4.8.4. CLASIFICACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS POSCOLISIÓN DE LOS PEATONES .....	83
4.8.5. ANÁLISIS MATEMÁTICO DE IMPACTO VEHÍCULO-PEATÓN ....	96
<b>4.9. IMPACTO DE VEHÍCULOS CON MUROS. EFECTO DE FRICCIÓN... .....</b>	<b>101</b>
<b>4.10. ÍNDICE DE SEVERIDAD .....</b>	<b>104</b>
4.10.1. DELTA V .....	104
<b>4.11. EBS (EQUIVALENT BARRIER SPEED).....</b>	<b>106</b>
<b>5. RECONSTRUCCIÓN DE ACCIDENTES DE TRÁFICO UTILIZANDO MÉTODOS INFORMÁTICOS .....</b>	<b>108</b>
<b>5.1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>108</b>
<b>5.2. SOFTWARE. SINRAT. ....</b>	<b>108</b>
5.2.1. MODELO DEL VEHÍCULO DEL PROGRAMA SINRAT .....	109
5.2.2. CONTROL DE LA TRAYECTORIA DEL VEHÍCULO .....	110
5.2.3. MODELIZACIÓN DEL IMPACTO .....	111

5.2.4.	SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN DE LA COLISIÓN .....	111
5.2.5.	ALGORITMO DE RECONSTRUCCIÓN AUTOMÁTICA .....	112
<b>5.3.</b>	<b>INTRODUCCIÓN AL SOFTWARE “ FRAN-CRASH “ .....</b>	<b>112</b>
<b>5.4.</b>	<b>SIMULACIÓN CON EL “ FRAN-CRASH “ .....</b>	<b>113</b>
5.4.1.	DESCRIPCIÓN.....	115
5.4.2.	SIMULACIONES .....	126
<b>6.</b>	<b>CONCLUSIONES. RESUMEN.....</b>	<b>156</b>
<b>7.</b>	<b>TRABAJOS FUTUROS .....</b>	<b>158</b>
<b>8.</b>	<b>ANEJOS.....</b>	<b>160</b>

## 1. PRESENTACIÓN

En el campo de la investigación de accidentes de tráfico los métodos aplicados son muy variados, como también lo son los objetivos de los trabajos y los problemas que se han intentado resolver.

Con una visión de conjunto, se puede señalar que los métodos más utilizados se agrupan en:

1. Estadísticos.
2. Reconstrucción de Accidentes.
3. Modelización.
4. Experimentales.

Sin entrar en detalles y a modo de resumen: los *métodos estadísticos* son excelentes para diagnosticar los principales problemas relacionados con la seguridad vial. En cuanto a la *reconstrucción de accidentes*, es ayuda imprescindible para identificar las causas directas y especialmente las indirectas de los accidentes, permitiendo el análisis integrado de todos los factores del sistema hombre-vehículo-medio. Por último, *la modelización, simulación y experimentación* se muestran eficaces en el análisis de la influencia de variables concretas, tanto en la producción de accidentes, como en la gravedad de sus consecuencias. Constituyen una herramienta imprescindible para ensayar soluciones y valorar su eficacia.

El presente proyecto nace con idea de dar una visión global de las actuaciones que se llevan a cabo en los accidentes de tráfico, las herramientas usadas para tal fin.

El objeto del proyecto se puede enmarcar en los grupos 2 y 3, ya que éstos no son excluyentes sino complementarios.

Como se puede ver en el índice, tenemos 5 capítulos. Los dos primeros, capítulo 1 y capítulo 2, pretenden, sin ir más lejos, de dar una visión muy

genérica del problema de los accidentes de tráfico como de las variables que intervienen.

En el capítulo cuarto se incluye un estudio de los fundamentos físicos y métodos aplicados a la reconstrucción de los accidentes. En cuanto a los fundamentos físicos aplicados al movimiento de los vehículos, hay que decir que no se ha hecho mucho hincapié en la física que subyace, dinámica longitudinal y dinámica lateral, ya que existen bibliografías muy especializadas en este campo ( Teoría de los vehículos automóviles, Fº Aparicio) y software con capacidad de simular dicho comportamiento dinámico del vehículo en distintas situaciones (Adams CAR). No obstante, se incluye un pequeño resumen de teoría asociado a la interacción Neumático – Calzada, con motivo de un proyecto ambicioso por conseguir resultados los más aproximado a la realidad en cuanto a variables puesto en juego, la trayectoria seguida por los vehículos, por ejemplo.

La segunda parte del capítulo 4, se incluye la física asociada a la colisión, metodologías para el cálculo de velocidad, estudio de energía de deformación para la colisión, además de incluir la física básica existente en los atropellos, impacto vehículo-muro con fricción y, por último, descripción de índice de severidad.

Respecto al capítulo 5 señalar que es el capítulo con arduas y numerosas horas de trabajo. Se desarrolla el código fuente de un programa que nos permite simular la reconstrucción de accidentes de tráfico, bajo las herramientas desarrolladas en el capítulo 4. Se consiguen no sólo valores numéricos( velocidad, posición,...) sino que se llega hasta una simulación visual, 2D y 3D, del problema en estudio, pudiéndose incluso usarse como prueba en juicios para establecer responsabilidades civiles.

En el capítulo 6, se hace una breve reflexión de futuros trabajos y conclusiones

Por último, el capítulo 6, anejo, se incluye el código fuente de software.

## 2. INTRODUCCIÓN

Los accidentes de tráfico constituyen un gran problema asociado al uso de los vehículos automóviles. Los beneficios de todo tipo que ofrece la motorización de la sociedad, entre los que se encuentra la satisfacción de la necesidad de movilidad de los ciudadanos, con autonomía, libertad y privacidad, hace que exista una cierta disposición a aceptar el elevado coste que los accidentes ocasionan, sin embargo, es necesario reaccionar ante el fenómeno accidente con todos los recursos posibles para reducir, cuanto se pueda, sus consecuencias.

Es bien sabido que la primera condición que exige la solución de cualquier problema, es conocerlo en sus diferentes elementos y asociaciones entre ellos: causas y su jerarquía; factores que influyen; consecuencias y formas de reducirlas, costes, relación *beneficio / coste* de diferentes estrategias y medidas, entre otros. Los accidentes de tráfico constituyen un fenómeno socio-técnico de gran complejidad, en el que interviene un gran número de variables del sistema humanos-vehículos-medio, que admite infinitas asociaciones de las mismas, entre las cuales existen algunas que inexorablemente conducen al accidente. El conocimiento preciso de todos los factores y su intervención en los accidentes en contextos sociales y físicos concretos no es tarea fácil, y la investigación científica del fenómeno se convierte en la herramienta imprescindible para profundizar en su conocimiento y, a través de él, en sus soluciones.

### **3. EL SISTEMA HOMBRE-VEHICULO-MEDIO EN LA SEGURIDAD DE TRÁFICO**

Las condiciones de seguridad del tráfico de carretera dependen de los tres elementos básicos: hombre, vehículo y medios.

El factor humano influye de diferentes formas en la seguridad, según sea su actuación en el escenario del tráfico: conductor, pasajero, peatón, etc. de todas las actuaciones, las de los conductores y peatones son activas mientras que los pasajeros son, en general, elementos pasivos, aunque pueden aumentar o disminuir los daños según sean sus comportamientos en condiciones normales y ante emergencias.

En cualquier caso, es indudable que el papel de mayor influencia en la seguridad es del conductor, ya que constituye, en sí mismo, parte fundamental del control del vehículo y este, y sobre todo su movimiento, es el factor de riesgo más importante: si no existieran vehículos en movimiento no habría tráfico en el sentido estudiado ni, en consecuencia, accidentes.

El hombre, el vehículo y el medio constituyen un sistema de control en bucle cerrado. El vehículo interactúa con el medio a través del contacto rueda-calzada y sufre los efectos aerodinámicos del aire o del viento.

En la interacción de las ruedas con la calzada deben producirse las fuerzas de adherencia necesarias para acelerar, frenar o mantener la trayectoria conveniente.

El conductor recibe constantemente un conjunto de informaciones o señales procedentes del exterior: geometría y estado de la carretera, situación de otros vehículos o peatones en la zona por donde circula, etc.

También recibe el conductor otras señales a través del propio vehículo. Unas le son presentadas mediante indicadores adecuados (velocidad, revoluciones de motor, luces o indicadores luminosos conectados, etc.) y otras las recibe directamente por la forma en que el vehículo o alguno de sus



órganos interactúa con él (efecto de la fuerza centrífuga en curva, por resistente en el volante al ser girado, etc.).

Toda esta información es recibida por diferentes sentidos y debe ser percibida, identificada y analizada por el conductor para, en base a ella, tomar las decisiones adecuadas en cada momento, “elaborar” una respuesta y actuar sobre el vehículo (a través del acelerador, freno, o sistema de dirección) o avisar a otros usuarios. En muchas situaciones imprevistas, la percepción, toma decisiones y respuesta, tanto del conductor, como del vehículo, deben producirse en tiempos muy breves para tener oportunidad de evitar un accidente.

El medio, por su parte, como ha sido indiciado, no solo proporciona un determinado nivel de adherencia, que es un factor clave en todo el comportamiento del vehículo, sino que, además genera un conjunto de condiciones que pueden resultar más o menos convenientes para la seguridad, dependiendo de: la geometría de sus calzadas; estado de las superficies; condiciones ambientales (visibilidad, lluvia, aire, etc.); y tipo de señalización, con la que informan a los conductores de las características de la carretera o del tráfico, aplicación de normas de circulación, etc.

Como consecuencia de las interacciones recíprocas entre el conductor, el vehículo y la calzada, el sistema compuesto por estos tres elementos da lugar a una respuesta caracterizada, principalmente, por el movimiento del vehículo que será seguro en la medida en que su trayectoria no le haga abandonar involuntariamente la carretera ni tampoco colisionar con otros vehículos, objetos o personas.

Como se ve, el estudio de los factores que influyen en la seguridad sólo puede hacerse a través de los elementos asociados a cada uno de los tres elementos que integran el sistema y, sobre todo, de la interacción entre ellos.

A los anteriores factores deben añadirse otros, como las condiciones de tráfico; es evidente que la presencia de otros vehículos en la misma vía influye en la seguridad: aumenta la cantidad de información que ha de procesar cada conductor, crea unas condiciones cambiantes que obligan en muchos casos a

aumentar la velocidad de tratamiento de dicha información y origina situaciones de riesgo que muchas veces no puede controlar el conductor.

En cuanto a los sistemas de control automático, debemos comentar aquí que una tendencia actual es la incorporación de elementos y sistemas que modifiquen el papel de control asignado al conductor, reemplazándolo en algunas circunstancias o ayudándole en otras. Basta citar ahora, como ejemplos, los actuales sistemas antibloqueo de ruedas, las suspensiones activas, sistemas electrónicos de estabilidad o los medios de localización de obstáculos frente al vehículo, los sistemas inteligentes de control de cruce y de adaptación de la velocidad y otros. Estos sistemas permitirán mejorar sustancialmente la seguridad del tráfico, reduciendo la probabilidad de respuestas inseguras del conductor y del vehículo respecto a las originadas por el sistema hombre-vehículo-medio.

Por otra parte los accidentes de tráfico suelen ser la consecuencia de la asociación de actos y condiciones inseguras, que alteran las condiciones normales de circulación, produciendo daños de mayor o menor consideración a las personas o cosas. Los actos inseguros son atribuibles a las personas que intervienen como conductores o peatones y las condiciones inseguras proceden del medio; incluyendo las características de la vía por la que se circula, las condiciones ambientales, y el vehículo.

Es un hecho admitido y demostrado, que en la mayoría de los accidentes intervienen, como causa directa o indirecta, más de un factor relacionado con cualquiera de los elementos hombre-vehículo-medio, tanto en las condiciones que hicieron inevitable el accidente, como en aquellas que afectan a las consecuencias o daños producidos.

En las estadísticas sobre accidentes elaborados por las Administraciones de los diferentes países y también en los numerosos trabajos de investigación realizados, el factor humano aparece relacionado como causa de los accidentes de tráfico en mayor medida que el medio y éste con mucha más frecuencia que el vehículo. Existe bastante acuerdo en atribuir al hombre una implicación como factor causante de los accidentes en torno al 90%. Con

relación a los otros factores las discrepancias aumentan. En estudios estadísticos que toman como base los datos facilitados por los policías de tráfico es frecuente encontrar que al medio se le atribuye implicación en menos del 10 % de los casos y al vehículo aún inferior, en torno al 4 %. Tales datos pueden reflejar la realidad adecuadamente si se consideran a estos elementos como causantes únicos y principales del accidente. Cuando se realizan estudios en profundidad por equipos científicos pluridisciplinares (médicos, psicólogos, ingenieros de vehículos, infraestructura y expertos de tráfico) los resultados son algo diferentes.

En las tablas siguientes se presentan los resultados de dos investigaciones sobre accidentes. Los números en cada casilla representan los porcentajes en que se encontraron como causas factores relacionados con el hombre, vehículo o medio, según la columna o fila a la que pertenece. Las casillas H-H, M-M y V-V expresan los valores en que se apreció como única causa el factor humano, medio o vehículo, respectivamente. La fila H+M+V expresa el porcentaje de accidentes en cuyas causas se apreciaron implicados los tres elementos del sistema.

FACTOR	HUMANO (H)	MEDIO (M)	VEHÍCULO (V)
H	57,1	26,4	6,2
M	26,4	3,3	1,2
V	6,2	1,2	2,4
H+M+V	2,9	2,9	2,9
TOTAL	92,6	33,8	12,7

Fuente: Treta et al 1977 (Universidad de Indiana)  
(Estudio realizado en profundidad sobre 420 accidentes)

FACTOR	HUMANO (H)	MEDIO (M)	VEHÍCULO (V)
H	12,4	48,8	7,2
M	48,8	5,6	4,8
V	7,2	4,8	4,8
H+M+V	16,4	16,4	16,4
TOTAL	84,8	75,6	33,3

Fuente: F.D. Hobbs Traffic Planning and Engineering (Estudio realizado por el Department of Transportation and Environmental Planning sobre 55 accidentes en el área de Birmingham)

Puede apreciarse de estos datos, entre otras cosas las siguientes:

- Existe una notable diferencia entre los valores de ambos estudios. Este es un hecho frecuente al comparar resultados de diferentes trabajos sobre accidentes y la causa puede deberse a la metodología aplicada, sin olvidar las diferencias en las condiciones de tráfico entre unos países o áreas y otros.
- En gran parte de los accidentes existe más de una causa implicada.
- El vehículo y medio, aunque como causas únicas de los accidentes aparecen con frecuencia baja, considerándolos como causa asociada a otras, su influencia en los accidentes es mayor.

## 4. LA RECONSTRUCCIÓN DE LOS ACCIDENTES.

### 4.1. OBJETIVOS DE LAS RECONSTRUCCIONES

En la mayoría de los accidentes de tráfico se produce una o más colisiones de vehículos entre sí o contra otros objetos. Durante la colisión se ponen en juego, normalmente, grandes cantidades de energía que debe ser disipada en deformaciones y rozamiento durante la colisión misma y en los movimientos poscolisión. Por otra parte, los vehículos presentan características de rigideces que difieren según la zona impactada y la magnitud de la deformación, no encontrándose bien cuantificadas para los diferentes vehículos y tipos de impacto.

Todo lo anterior confiere una gran dificultad al estudio de colisiones, que para ser abordado con suficiente realismo, requiere la aplicación de métodos avanzados de computación e informaciones, no siempre disponibles a la hora de abordar **reconstrucciones de accidentes de tráfico**, en las cuales es, por otra parte, imprescindible, **analizar la colisión y cuantificar de la manera más exacta posible las variaciones de velocidades y trayectoria experimentadas por los vehículos que impactan.**

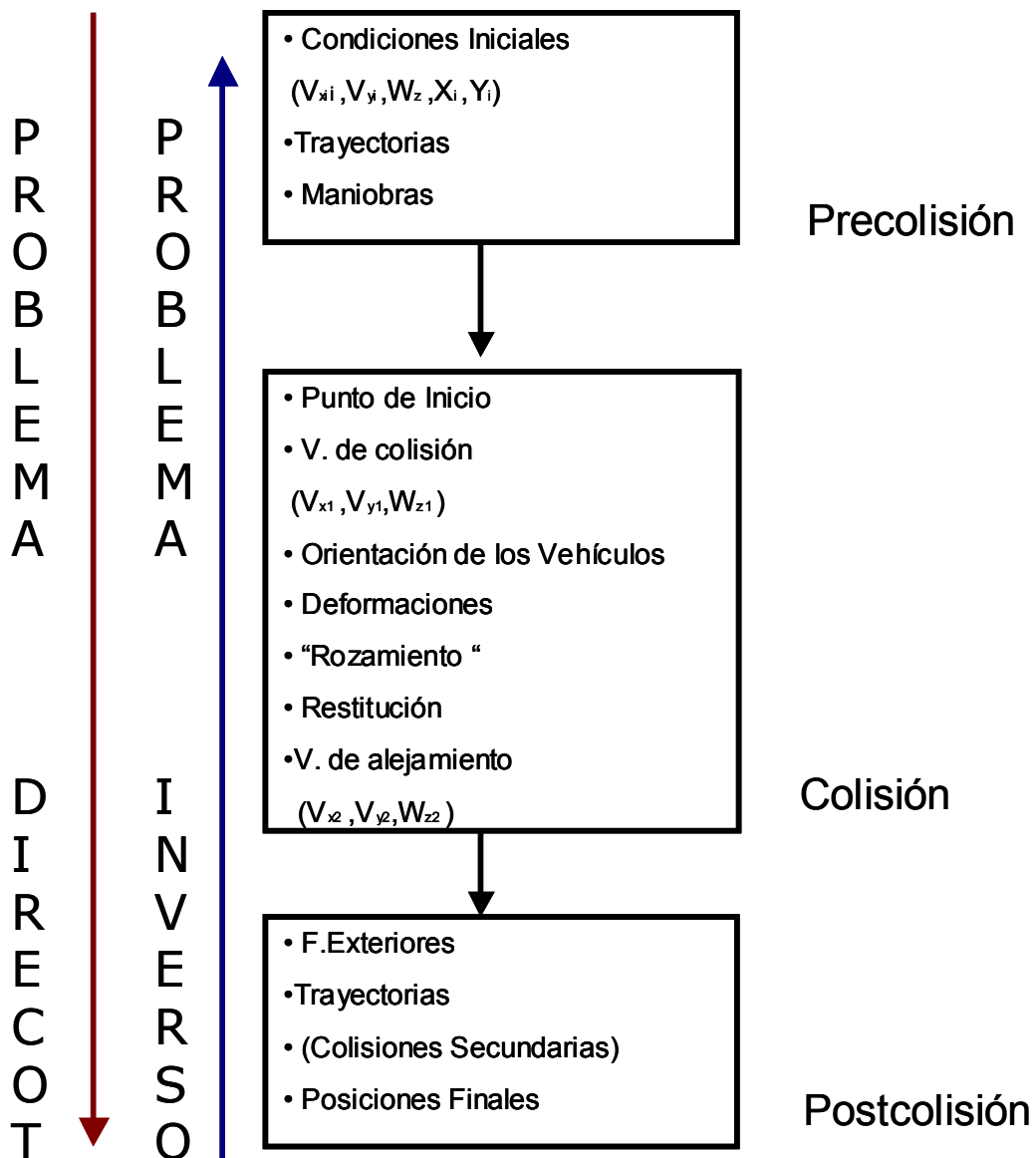
Los problemas de colisiones de vehículos exigen, normalmente, el análisis conjunto de los movimientos de precolisión y poscolisión, además de la colisión misma. En cada una de estas fases ha de establecerse el conjunto de hipótesis más coherente con los datos disponibles del accidente y de los vehículos.

La situación más frecuente para la investigación de accidentes de tráfico es el conocimiento de las posiciones finales de los vehículos y sus deformaciones, la localización aproximada del punto de colisión y otras evidencias físicas de la interacción de los vehículos con la calzada u objetos situados en los bordes o proximidad. También se dispone, en ocasiones, de testimonios de las personas implicadas o testigos.

El problema más común, suele ser verificar las velocidades y trayectorias precolisión. Planteado así, el problema puede resolverse formulando hipótesis acerca de precolisiones y verificando si con ellas se explica el fenómeno hasta las posiciones finales de los vehículos. A este proceso se le denomina **problema directo**, y normalmente se efectúa en forma iterativa hasta que el resultado se considera satisfactorio.

En el *presente proyecto*, el proceso a seguir será el problema directo.

La estrategia contraria sería partir de los *datos* más fiables, normalmente asociados a la colisión y poscolisión, para llegar a definir lo que sucedió antes del impacto. A este planteamiento se le denomina **problema inverso**.



## **4.2. FUNDAMENTOS DE FÍSICA APLICADOS AL MOVIMIENTO DE LOS VEHÍCULOS**

### **4.2.1. NEUMÁTICOS. INTERACCIÓN ENTRE EL VEHÍCULO Y LA SUPERFICIE DE RODADURA**

La totalidad de los vehículos de carretera y gran parte de los que se mueven fuera de ella (extraviarios) utilizan ruedas neumáticas, cuyos cuatro elementos fundamentales son: llanta, cubierta, cámara (hoy en descenso) y aire a una cierta presión, para proporcionar la rigidez necesaria al conjunto.

Por neumático entenderemos la cubierta, sometida a una cierta presión interior y montada sobre la correspondiente llanta con la que proporciona un recinto estanco.

Los neumáticos, como parte de un vehículo, son de gran importancia en el comportamiento dinámico de éste y en el conjunto de sus prestaciones. Todas las fuerzas exteriores que actúan sobre el vehículo, a excepción de las aerodinámicas, son aplicadas a través de los neumáticos. Sus funciones básicas son:

- Soportar y transmitir al terreno la carga vertical
- Desarrollar los esfuerzos longitudinales necesarios para la tracción y frenado
- Proporcionar los esfuerzos laterales precisos para lograr el control y estabilidad de la trayectoria
- Actuar como “colchón” amortiguador de las acciones dinámicas originadas por las irregularidades de la pista.

Se desprende de lo anterior, que para estudiar el comportamiento dinámico de un vehículo, es necesario un conocimiento previo del comportamiento de los neumáticos y de las relaciones entre las condiciones operativas y las fuerzas y momentos que actúan sobre ellos.

Por último debemos señalar que del neumático se exigen características muy diversas y a veces difíciles de asociar para lograr en el vehículo altas cotas de seguridad, confort capacidad para alcanzar aceleraciones, deceleraciones y velocidad punta elevadas y al mismo tiempo economía, es decir, bajo costo y gran duración.

Algunas de estas características son:

- Elevada adherencia sobre pista seca y mojada, tanto longitudinal y transversal.
- Baja resistencia a la rodadura.
- Capacidad para resistir los esfuerzos dinámicos exteriores.
- Resistencia a la fatiga, al desgaste, a la formación de grietas, etc.
- Bajo nivel de ruidos y de generación de vibraciones.
- Adecuada flexibilidad radial, circunferencial y transversal.

#### **4.2.2. RESISTENCIA A LA RODADURA. COEFICIENTE DE RESISTENCIA A LA RODADURA**

Cuando el neumático rueda libremente, sin aplicación de ningún par a su eje, es necesario aplicar una fuerza paralela al plano de rodadura para lograr su movimiento. La condición de equilibrio en dirección longitudinal impone la existencia de una fuerza igual y contraria aplicada en la zona de contacto neumático-suelo; esta fuerza horizontal resultante es comúnmente conocida como resistencia a la rodadura ( $R_R$ ) y la relación entre esta fuerza y la carga normal a la superficie de rodadura ( $P$ ) aplicada a la rueda, se denomina coeficiente de resistencia a la rodadura ( $f_r = R_R/P$ ).

La resistencia a la rodadura está relacionada con una pérdida de potencia que se debe a los siguientes factores: pérdidas por histéresis en el interior de la estructura del neumático, rozamiento entre neumático y superficies de rodadura causado por deslizamientos locales, resistencias



debidas al contacto con el aire interior y exterior, aunque este último factor tiene una importancia menor.

La histéresis causa la mayor proporción de pérdidas de energía en forma de calor; en consecuencia, los factores que más afecten a este tipo de pérdida serán también los que más influyan en la resistencia a la rodadura. Los principales son la velocidad y la deformación.

Podemos clasificar estos factores en los siguientes grupos:

- De diseño y construcción del neumático; tipo de estructura, espesor de la banda de rodamiento y cinturón en su caso, materiales: tejidos y compuestos, diámetro.
- Condiciones operativas: velocidad, presión de inflado, carga, temperatura, esfuerzos longitudinales.
- Características de la superficie de rodadura: dureza, lisura, contaminantes y humedad.

Como orientación, en la tabla 4.1.- se ofrecen algunos valores de este coeficiente, en función del tipo de neumático, según el vehículo a que se destina y la naturaleza del suelo o calzada.

Tipo de vehículo	Superficie		
	Hormigón o Asfalto	Dureza media	Arena
Turismos	0,015	0,08	0,3
Camiones	0,012	0,06	0,25
Tractores	0,02	0,04	0,2

### 4.2.3. ESFUERZOS LONGITUDINALES (TRACCIÓN Y FRENADO). DESPLAZAMIENTO. ADHERENCIA

#### 4.2.3.1. TRACCIÓN

Si un neumático que rueda soportando una cierta carga, se aplica un momento tractor el neumático actúa como si la longitud de la banda de rodamiento fuese menor. La velocidad de desplazamiento del eje de la rueda,  $V$ , será menor que la teórica,  $\Omega r$ , siendo  $r$  el radio del neumático en condiciones de rodadura libre. Esta diferencia de velocidades es considerada como un deslizamiento por deformación, y el valor de dicho **deslizamiento (i)**, se define por:

$$i = 1 - \frac{V}{\Omega r} = 1 - \frac{r_e}{r}$$

Siendo:

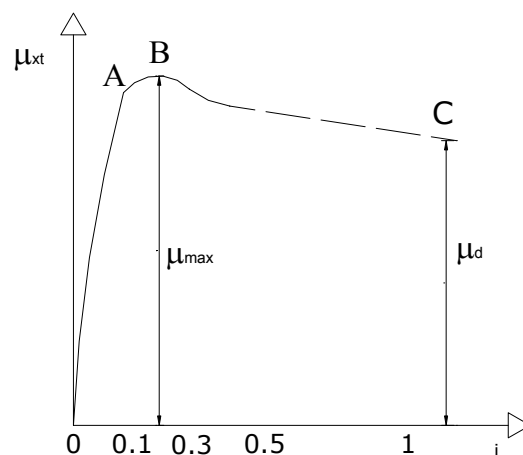
$V$ .- Velocidad de traslación del eje de la rueda.

$\Omega r$ .-Velocidad angular de la rueda.

$r_e$ .- radio efectivo de rodadura del neumático ( $r_e < r$ ).

$i$ .- deslizamiento longitudinal.

Si denominamos **coeficiente de esfuerzo de tracción**  $\mu_{xt}$  para un neumático rodando sobre superficie dura, se obtiene cuando el deslizamiento alcanza valores comprendidos entre el 10 al 30 %, correspondiendo los valores inferiores a los neumáticos modernos.



#### 4.2.3.2. ESFUERZO DE FRENADO

Si se aplica a la rueda un par de frenado  $M_f$ , el efecto sobre la banda de rodamiento es opuesto al descrito antes.

En estas condiciones, la rodadura del neumático se produce como si su diámetro fuese mayor que el correspondiente a rodadura libre, bajo la misma carga. La velocidad de desplazamiento del eje de la rueda ( $V$ ), será superior a la correspondiente a rodadura libre ( $r\Omega$ ). Ahora el deslizamiento será  $i_p$ :

$$i_p = 1 - \frac{\Omega r}{V} = 1 - \frac{r}{r_e}$$

Se denomina **coeficiente de esfuerzo de frenado**  $\mu_{xf}$ , a la relación entre el esfuerzo de frenado y la carga normal que actúa sobre el neumático. La variación de este coeficiente, con el patinaje, es similar a la expresada en la figura anterior entre el coeficiente de esfuerzo tractor y el deslizamiento.

#### 4.2.3.3. COEFICIENTE DE ADHERENCIA. VALOR MÁXIMO Y VALOR DE DESLIZAMIENTO PURO

El coeficiente de esfuerzo longitudinal de tracción o frenado puede adquirir valores comprendidos entre 0 y  $\mu_{max}$ , denominado coeficiente de adherencia, corresponde al valor máximo de la adherencia entre el neumático y la superficie de rodadura, el cual depende de diversos factores que se analizarán más tarde. Una vez superado este límite, el deslizamiento entre el neumático y la superficie de rodadura se extiende de una forma casi instantánea a toda la huella de contacto y disminuye hasta un valor  $\mu_d$  (coeficiente de adherencia en deslizamiento)

Los valores del coeficiente de adherencia, están influenciados por diversos factores, que podemos agrupar en internos (relacionados con el propio

neumático y el vehículo) y externos o relativos al ambiente en que se mueve, especialmente la naturaleza y estado de la calzada.

Los principales factores internos que afectan a  $\mu$  son:

- Velocidad de marcha
- Dibujo de la banda de rodamiento
- Carga normal sobre la rueda

Los principales factores externos, relacionados con la calzada, son:

- Naturaleza
- Humedad superficial o capa de agua
- Limpieza

Por último, un factor dependiente de la marcha del vehículo y de los factores externos (aire y trayectoria) es la acción simultánea de esfuerzos longitudinal ( $F_x$ ) y transversal ( $F_y$ ) en la huella de contacto.

En relación con los factores que hemos denominado externos, los principales son la naturaleza de la superficie de rodadura y su estado de humedad y suciedad. En cuanto a la primera, en la tabla 4.2- se indican los valores medios orientativos de  $\mu_{max}$  y  $\mu_d$ , correspondientes a diferentes tipos de superficies.

<b>Superficie</b>	<b>Valor máximo</b>	<b>Valor de deslizamiento</b>
Asfalto y hormigón secos	0,8-0,9	0,75
Asfalto mojado	0,5-0,7	0,45-0,6
Hormigón mojado	0,80	0,70
Grava	0,60	0,55
Tierra seca	0,68	0,65
Tierra húmeda	0,55	0,4-0,5
Nieve dura	0,20	0,15

Superficie	Valor máximo	Valor de deslizamiento
Hielo	0,10	0,07

#### 4.2.3.4. ESFUERZOS TRANSVERSALES SOBRE EL NEUMÁTICO. DERIVA

Cuando sobre un neumático actúa una fuerza lateral ( $F_{Y\alpha}$ ) en dirección perpendicular al referido plano de la rueda, debido a la aceleración centrífuga en curvas o al empuje del aire, el movimiento real del neumático respecto al suelo, se produce siguiendo una trayectoria que forma un ángulo  $\alpha$  con el plano de la rueda que se denomina **ángulo de deriva** ( $\alpha$ ).

Este fenómeno, denominado deriva, es uno de los factores fundamentales en el control direccional y estabilidad de los vehículos automóviles, siendo de especial importancia la relación entre la fuerza transversal y el ángulo de deriva.

Los principales factores que afectan al comportamiento transversal del neumático son:

- Características estructurales y geométricas del neumático.
- Carga normal.
- Presión de inflado.
- Fuerza Longitudinal.
- Angulo de caída.

#### 4.2.4. DESLIZAMIENTO SIMPLE

##### 4.2.4.1. INTRODUCCIÓN

Cuando un vehículo se mueve, éste posee una cierta energía cinética en proporción a las magnitudes de velocidad y masa que éste posee. Previa a la detención del vehículo, su energía cinética debe ser disipada.

En una situación de pánico, es común que el conductor pise los frenos de forma brusca y que genere un bloque de éstos. En esta situación, las ruedas del vehículo no ruedan, simplemente se bloquean y deslizan sobre la superficie de rodamiento. Cuando las ruedas están bloqueadas y deslizan, los neumáticos se desgastan en la superficie de rodadura, dejando posibles marcas.

El deslizamiento no es más que una forma de tipo de trabajo. Si no existe otro tipo de efecto disipativo de energía significativo, luego se puede decir que la energía cinética que lleva el vehículo es transformada en deslizamiento. Si conocemos las marcas de rodadura dejadas por los neumáticos, conocemos la energía cinética, y por lo tanto podemos llegar a conocer la velocidad inicial del vehículo.

##### 4.2.4.2. ECUACIONES BÁSICAS

La ecuación básica de la Ingeniería mecánica es la Segunda Ley de Newton:

$$F = m * a$$

donde,

- F = fuerza aplicada
- m = la masa del cuerpo
- a = aceleración

Dado que la aceleración es la derivada de la velocidad, podemos reescribir la ecuación anterior de la siguiente forma:

$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

donde,

- $v$  = velocidad

El término “ $mv$ ” en la ecuación anterior se reconoce como momento lineal.

Reordenando los términos de la expresión anterior, nos queda la siguiente ecuación:

$$F(dt) = m(dv)$$

La integración de la ecuación anterior es llamada *Impulso*, y es igual al cambio del momento lineal. El resultado de la integración es el siguiente:

$$I = \int_{t_1}^{t_2} [F(dt)] = mv_2 - mv_1$$

Hay que tener en cuenta que la integral resultante es un vector, y como tal, tiene módulo y dirección, por lo que ambos componentes de la ecuación tiene carácter vectorial.

Volviendo a la ecuación, previa a la integración, y multiplicamos por “ $v$ ”, velocidad, la ecuación queda de la siguiente forma:

$$Fv(dt) = mv(dv)$$

Haciendo la integración, nos queda la siguiente expresión final

$$Fv(t_2 - t_1) = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$$

Sustituyendo la distancia = velocidad \* tiempo, el término de la izquierda se convierte en un término estándar de trabajo, fuerza por distancia. El término de la derecha es la expresión estándar de energía cinética. Por consiguiente, el

cambio de energía cinética de un sistema es igual al trabajo hecho por ó para el sistema.

$$F(d_2 - d_1) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

#### 4.2.4.3. DESLIZAMIENTO SIMPLE

Se entiende por un deslizamiento simple aquel donde el vehículo empieza desde unas condiciones iniciales y llega a pararse por deslizamiento sin una fuerza de impacto considerable.

El trabajo realizado por deslizamiento se puede expresar de la siguiente forma:

$$U = W * f * d$$

donde,

- U = Trabajo hecho por el deslizamiento
- W = Peso del vehículo
- f = coeficiente de contacto entre las superficies en contacto
- d = Distancia de frenada.

Los términos “ W\*f “ son iguales a la fuerza necesaria para empujar un cuerpo paralelo a la superficie, terreno. “ W “, el peso del vehículo es igual a la fuerza normal sobre la superficie, donde “f” es un coeficiente que multiplicado por “ W “ se obtiene la fuerza lateral necesaria para deslizar el cuerpo a lo largo de una superficie.

Dado que la velocidad inicial de un vehículo es desconocida “v”, y la velocidad final de un vehículo en el caso que nos ocupa, es cero, nos queda la siguiente expresión:



$$\frac{1}{2}mv^2 = W * f * d$$

si despejamos la velocidad, nos queda el peso dividido por la masa, el cual simplificamos, llegando a:

$$v = [2(W / m)fd]^{1/2}$$

La expresión anterior es comúnmente conocida como “ fórmula de deslizamiento “, la cual es enseñada a los oficiales de policía. Para el uso de la policía, ésta dispone de ábacos que generan de una forma sencilla la velocidad del vehículo.

Es interesante notar que el peso del vehículo ó masa del vehículo no aparecen, es decir, queda fuera de la ecuación para este caso simple. El cálculo de la velocidad inicial depende solamente de la longitud de las marcas y del coeficiente de fricción.

No debemos olvidar que este cálculo no tiene en cuenta muchos factores que aparecen involucrados a la hora de determinar la velocidad de deslizamiento. Así, las fuerzas de frenado, como únicas fuerzas retardadoras del movimiento de vehículo, y con la condición, deseable, de que ninguna rueda alcance aisladamente las condiciones de bloque, la deceleración máxima  $a_{ij}$  ideal que puede lograrse es:

$$\frac{a_i}{g} = \mu_{\max}$$

En el frenado real es imposible alcanzar el anterior limite por las razones que fueron analizadas en los puntos anteriores, ya que es imposible lograr el reparto óptimo de frenado en cualquier condición. En consecuencia, si consideramos que la deceleración máxima real que alcanza el vehículo es  $a_{\max}$  el rendimiento de frenado se define por la relación:

$$\eta_f = \frac{a_{\max} / g}{\mu_{\max}}$$

Suponiendo una adherencia de  $\mu_{\max} = 0.8$ , se obtiene  $a_i = 0.8 g \approx 8 \text{ms}^{-2}$ , valor de la deceleración que es difícil de conseguir en turismos sobre asfalto seco aún con los frenos bien ajustados.

Si se tiene en cuenta el confort de los pasajeros o el desplazamiento de la carga, no debe sobrepasarse un límite inferior al valor anterior, normalmente fijado en unos  $3 \text{m/s}^{-2}$  ó  $0.3 g$ .

Teniendo en cuenta este factor de rendimiento de frenada en la expresión de cálculo de velocidad de deslizamiento, nos queda la siguiente relación:

$$v = [2 * g * f \eta * s]^{1/2}$$

#### 4.2.4.4. COEFICIENTE DE FRICCIÓN

La tabla valores de coeficientes de fricción,

Superficie	Valor máximo	Valor de deslizamiento
Asfalto y hormigón secos	0,8-0,9	0,75
Asfalto mojado	0,5-0,7	0,45-0,6
Hormigón mojado	0,80	0,70
Grava	0,60	0,55
Tierra seca	0,68	0,65
Tierra húmeda	0,55	0,4-0,5
Nieve dura	0,20	0,15
Hielo	0,10	0,07

Son razonablemente aproximados para marcas de neumáticos cortas. Además, es bien sabido que el coeficiente de fricción no es notablemente constante durante una frenada de neumático. Conforme va progresando la marca de neumático, el coeficiente de fricción es decrementado como función de la velocidad de avance. Este decremento en el coeficiente de fricción puede ser aproximado, de una forma lineal, por la siguiente expresión:

$$f = f_1 - cv$$

donde,

- $f$  = coeficiente de fricción
- $f_1$  = coeficiente inicial de fricción ( Fricción estática)
- $c$  = constante determinada experimentalmente
- $v$  = velocidad de avance

La siguiente tabla muestra algunos valores típicos usados para la ecuación anterior, para neumáticos de automóviles.

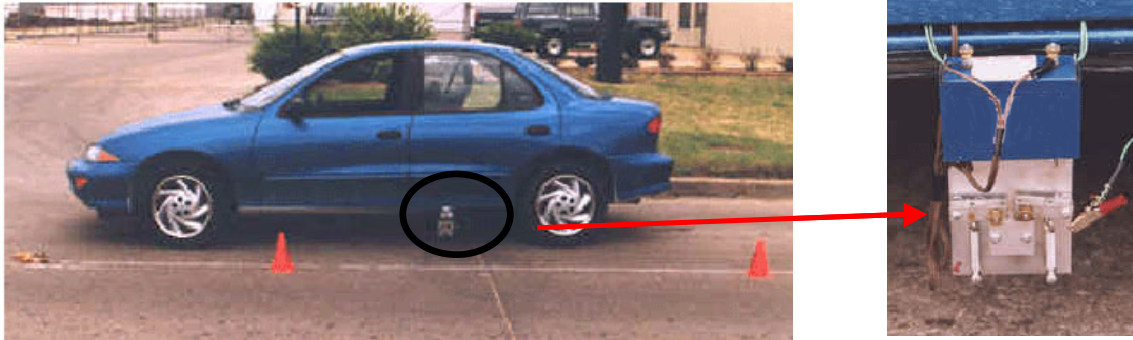
CONDICIONES	$F_1$	C
Hormigón seco	0,85	0,0017
Hormigón húmedo	0,07	0,0034

Nota: Los valores de la tabla anterior son usados para una velocidad dada en ft /sec.

#### 4.2.4.5. CÁLCULO DE LA VELOCIDAD A PARTIR DEL DESLIZAMIENTO

Se presenta a continuación unas imágenes asociada a un accidente de tráfico donde se pretende obtener la velocidad de impacto a través de las marcas de deslizamiento.

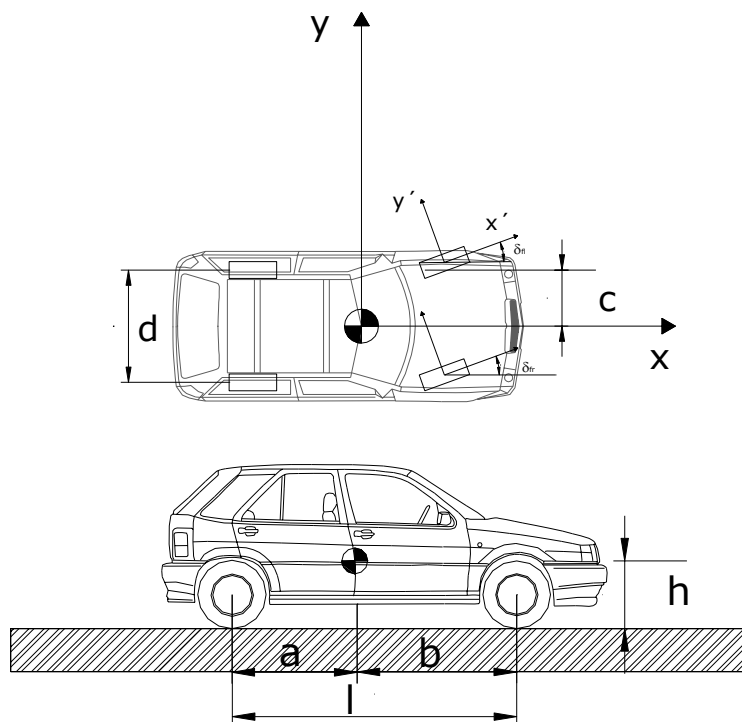


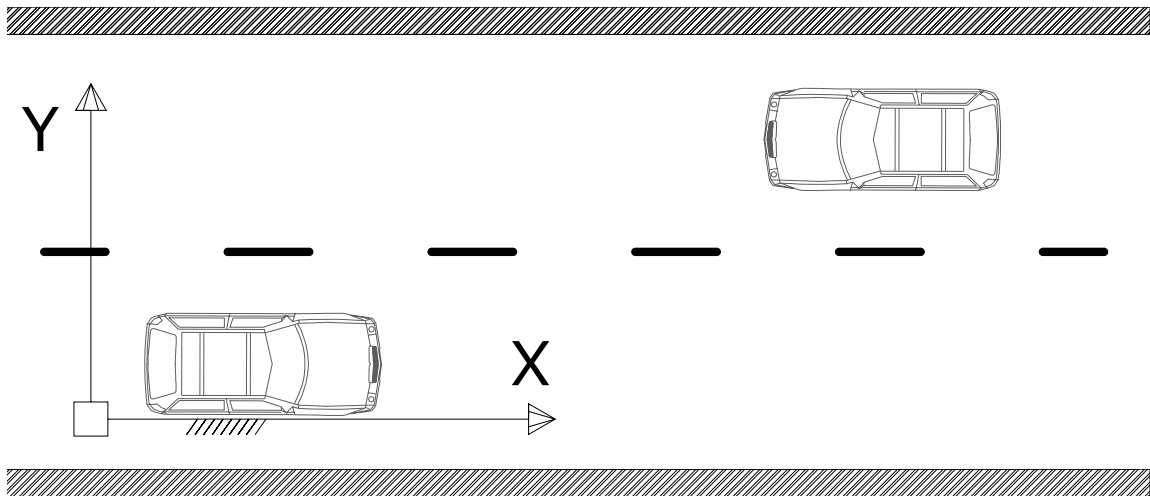


Con el dispositivo digital colocado en el vehículo podemos ver donde estaba el coche cuando se aplicaron por primera vez los frenos y donde las marcas de deslizamiento empiezan a ser visibles.

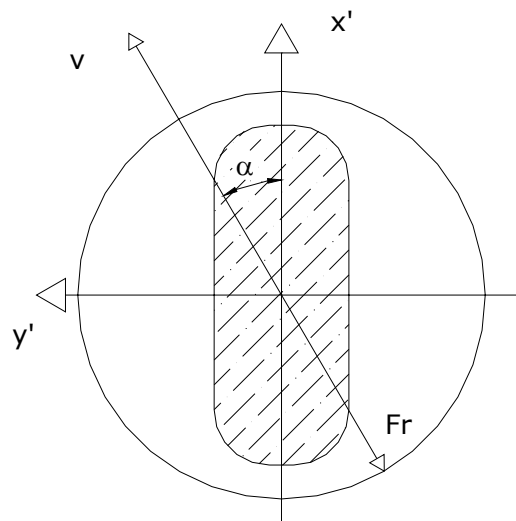
#### 4.2.5. MODELO DINÁMICO VEHICULAR

En el presente proyecto se usarán tres sistemas de coordenadas: un sistema fijado a cada neumático, un segundo sistema conectado al cuerpo del vehículo, y un tercer sistema fijado en la carretera. Estos tres sistemas pueden verse en las siguientes figuras





Como simplificación al modelo, se considera rozamiento puro en las 4 ruedas, es decir, se produce bloqueo en los neumáticos. La fuerza de deslizamiento se opone al movimiento.



El valor de la fuerza de rozamiento vendrá dado por el producto de coeficiente de rozamiento por la normal del neumático.

$$F_r = \mu \cdot N$$

En este proyecto, consideraremos el vehículo como cuerpo rígido. Por lo tanto, se considera que la carga vertical ejercida en cada neumático depende sólo del peso del vehículo y aceleración, pero no del sistema de suspensión.

La carga estática sobre cada neumático viene dada por:

$$N_{fl} = \frac{b*(d-c)}{d*l} N$$

$$N_{fr} = \frac{b*c}{d*l} N$$

$$N_{rl} = \frac{a*(d-c)}{d*l} N$$

$$N_{rr} = \frac{a*c}{d*l} N$$

Que se obtiene de una forma fácil sin más que aplicar equilibrio de momentos. Los subíndices  $N_{fl}$  y  $N_{fr}$  son rueda delantera izquierda y derecha respectivamente, mientras que  $N_{rl}$  y  $N_{rr}$  son rueda trasera izquierda y derecha respectivamente.

A continuación, se determina el efecto en la carga de la rueda debido a las aceleraciones en las direcciones X e Y. Así, conseguimos la carga dinámica sobre cada neumático. Una forma fácil de obtener sería aplicando superposición.

$$N_{fl} = \frac{b*(d-c)}{d*l} N - \frac{h}{(d*l)} ((d-c)*ax + b*ay) * N$$

$$N_{fr} = \frac{b*c}{d*l} N - \frac{h}{d*l} (x*ax - b*ay) * N$$

$$N_{rl} = \frac{a*(d-c)}{d*l} N + \frac{h}{d*l} ((d-c)*ax - a*ay) * N$$

$$N_{rr} = \frac{a*c}{d*l} N + \frac{h}{d*l} (c*ax + a*ay) * N$$

Hay que notar que las aceleraciones están referidas a los ejes acoplados al vehículo y no al sistema fijo de carretera.

Se adjunta un extracto de la programación del software desarrollado en el proyecto, donde se refleja las cargas normales dinámicas.

```

ax=(a_iteracc_x/9.81)*cos(teta) + (a_iteracc_y/9.81)*sin(teta) ;
ay=-(a_iteracc_x/9.81)*sin(teta) + (a_iteracc_y/9.81)*cos(teta);
N_fl=((b*(d-c))/(d*1))*N - (h/(d*1))*((d-c)*ax + b*ay)*N
N_fr=((b*c)/(d*1))*N - (h/(d*1))*(c*ax - b*ay)*N
N_rl=((a*(d-c))/(d*1))*N + (h/(d*1))*((d-c)*ax - a*ay)*N
N_rr=((a*c)/(d*1))*N + (h/(d*1))*(c*ax + a*ay)*N
    
```

Por establecer una similitud con la carga estática, las aceleraciones son normalizadas por la gravedad. Se puede observar este efecto en el extracto de programa anterior mencionado.

Por otro lado, podemos determinar el ángulo cinemático de deslizamiento de cada neumático. Por ejemplo, el ángulo de deslizamiento de la rueda delantera izquierda del vehículo viene dado por:

$$\alpha_{fl} = \tan^{-1} \left( \frac{V_{fly'}}{V_{flx'}} \right)$$

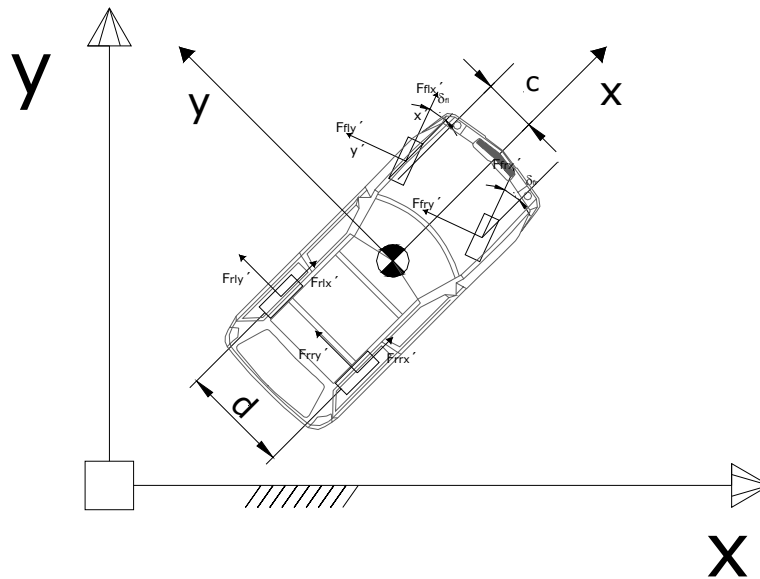
donde tenemos que:

$$V_{flx'} = (V_{GX} \cos \theta + V_{GY} \operatorname{seno} \theta - cw) \cos \delta_{fl} + (-V_{GX} \operatorname{seno} \theta + V_{GY} \cos \theta + aw) \sin \delta_{fl}$$

$$V_{fly'} = -(V_{GX} \cos \theta + V_{GY} \operatorname{seno} \theta - cw) \sin \delta_{fl} + (-V_{GX} \operatorname{seno} \theta + V_{GY} \cos \theta + aw) \cos \delta_{fl}$$

Los ángulos de deslizamiento de las otras ruedas se determinan de forma similar. Con el ángulo determinado de esta manera y conocida la carga dinámica vertical sobre cada neumático, podemos computerizar las fuerzas de fricción en cada neumático, según los ejes que se han fijados en dichos neumáticos. Luego tendremos que transformar dichas fuerzas de rozamiento fijadas en los ejes de neumáticos en los ejes que se han fijados en la carretera, sin más que hacer un simple cambio de sistema de coordenadas.





Hagamos un ejemplo de cambio de coordenadas. Tomando la rueda delantera izquierda de nuevo, tenemos que en ejes Globales nos queda :

$$F_{flX} = F_{flx'} \cos(\delta_{fl} + \theta) - F_{fly'} \text{seno}(\delta_{fl} + \theta)$$

$$F_{flY} = F_{flx'} \text{seno}(\delta_{fl} + \theta) + F_{fly'} \cos(\delta_{fl} + \theta)$$

Finalmente, la fuerza de fricción y momento que actúa en el centro de gravedad del cuerpo puede reflejarse como sigue:

$$F_{GX} = \sum F_X = F_{frX} + F_{flX} + F_{rrX} + F_{rlX}$$

$$F_{GY} = \sum F_Y = F_{frY} + F_{flY} + F_{rrY} + F_{rlY}$$

$$T_G = \sum T = a(F_{fry} + F_{fly'}) - b(F_{rry} + F_{rly}) + (d - c) * (F_{frx} + F_{rrx}) - c(F_{rlx} + F_{flx})$$

Las ecuaciones del movimiento quedan de la siguiente forma, la cuales no incluyen el efecto de rotación de las ruedas.

$$\text{➤ } m \ddot{X} = F_{GX}$$

$$\text{➤ } m \ddot{Y} = F_{GY}$$

$$\text{➤ } I_G \ddot{\theta} = T_G$$

### 4.3. FUNDAMENTOS DE FÍSICA APLICADOS AL CHOQUE ENTRE VEHÍCULOS Y OTROS ELEMENTOS DE LA INFRAESTRUCTURA

El choque es un proceso en el que durante un tiempo muy corto actúan fuerzas de interacción intensas. La pelota de tenis se dirige con velocidad hacia la raqueta del tensita, y ésta, impulsada por la mano, le comunica un fuerte impulso que cambia violentamente su velocidad. La fuerza que actúa sobre la pelota en tan breve tiempo no es, sin embargo, constante, sino que varía con el tiempo de una manera compleja que, en general, no es fácil de determinar. Tanto la pelota como la raqueta se deforman durante el choque. En cualquier instante, durante el choque, podríamos aplicar a la pelota la segunda ley de Newton:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Donde F es la fuerza instantánea de la raqueta sobre la pelota y  $p=m*v$  el momento lineal de la pelota en ese instante.

También se puede escribir para el choque:  $F*dt=dp$

Si el choque comienza en el instante  $t_1$  y acaba en el instante  $t_2$ , integrando la expresión anterior entre esos límites del tiempo, llegamos a la conclusión:

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} * dt = \int_{p_1}^{p_2} d\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1$$

La integral del primer miembro recibe el nombre de impulso mecánico, mientras que el segundo nos da la variación del momento lineal de la pelota. Por lo tanto el área debajo de la curva fuerza-tiempo es el impulso.

Restricciones:

- La primera condición es que la duración del impacto de los dos cuerpos es pequeña, grandes fuerzas son desarrolladas entre los dos cuerpos. El periodo pequeño de duración además tiene un efecto adicional. Esto es, ningún cambio en la posición de los centros de masas y cambios en la orientación angular de los cuerpos, son pequeños.
- La segunda condición es que sólo se está analizando un impacto. Si más de un impacto ocurriera se debe analizar independientemente de los otros.
- La tercera condición es que los impulsos de las fuerzas externas tales como fricción entre los neumáticos y la superficie de contacto, fuerzas de resistencia aerodinámicas,... son despreciables.
- La cuarta condición concierne al impulso vectorial resultante. Este vector tiene un punto específico de aplicación y dirección. Se considera la hipótesis que la localización del impacto es localizada.

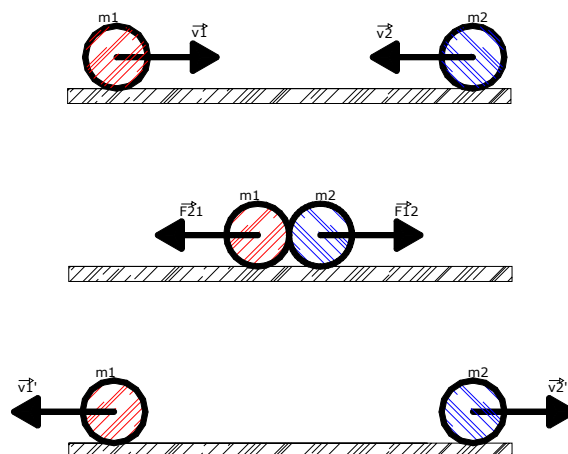
La segunda ley de Newton expresada de la forma anterior, impulso-momento, no impone ninguna restricción en la duración de tiempo. El tiempo de duración de colisiones vehiculares suele ser del orden de 0.1 a 0.2 segundos. En el intervalo de tiempo de esta magnitud, acompañado con la condición de grandes fuerzas ínter vehiculares causan grandes aceleraciones, cambios finitos de la velocidad y pequeños desplazamientos. Estos factores junto con

las condiciones anteriores se deben de considerar en las colisiones vehiculares.

La energía cinética de la pelota ha variado en el choque y su variación corresponde exactamente al trabajo realizado por la fuerza impulsivo de la raqueta.

Pero descendemos a casos más prácticos. Sean dos partículas (supongamos dos bolas de billar), de masas  $m_1$  y  $m_2$ , que se mueven libremente la una hacia la otra con velocidades  $v_1$  y  $v_2$  respectivamente, según indica las siguientes figuras:

CHOQUE FRONTAL



No existe rozamiento y, aunque actúe sobre ellas la gravedad, la fuerza del peso es contrarrestada en todo momento por la reacción normal del suelo. Se aproximan y chocan, ejerciéndose mutuamente durante el choque fuerzas variables de acción – reacción, iguales y de sentido opuesto, según la tercera ley de Newton.

Por tanto, estas fuerzas internas al sistema se anulan en todo momento. Se trata, pues, de un sistema aislado y, por consiguiente, se conservará siempre el momento lineal o cantidad de movimiento del sistema. Esto es, momento lineal antes del choque = momento lineal después.

$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = m_1 * v_1' + m_2 * v_2'$$

En cuanto a la energía cinética no siempre se puede afirmar que se conserva. Esto ocurre cuando no solamente es nula la resultante de las fuerzas exteriores que actúan sobre el sistema, sino además cuando el trabajo de las fuerzas interiores es nulo.

Distinguimos dos clases de choques:

- Choque elástico, cuando se conserva la energía cinética durante el choque
- Choque inelástico, cuando la energía cinética no se conserva durante el mismo. Y se llama perfectamente inelástico cuando los cuerpos quedan unidos ( empotrados) después del choque.

Al desconocer la dinámica en el choque, hemos de acudir a la conservación del momento lineal y de la energía cinética (ésta última sólo en el choque elástico). Consideremos estos dos casos:

Cuando el choque es elástico frontal, es decir, que se realiza sólo en una dimensión (en la línea de su centro)

Cuando el choque es perfectamente inelástico.

#### **4.3.1. CHOQUE FRONTAL ELÁSTICO**

Tomemos el choque propuesto en la figura anterior, que suponemos elástico. Se conserva el momento lineal y la energía cinética.

Prescindiendo del carácter vectorial, innecesario, por tratarse de un problema unidimensional, podremos escribir:

$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = m_1 * v_1' + m_2 * v_2'$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2$$

Si se conocen las masas y velocidades antes del choque, el sistema anterior permite determinar las velocidades finales.

Eligiendo un sistema arbitrario como positivo, a las velocidades de sentido contrario se les asigna el signo menos. El sistema de ecuaciones anterior se puede sustituir por otro equivalente de cálculo más sencillo, formado por la primera ecuación y una combinación lineal de las dos.

De este modo, la ecuación de la energía cinética se puede escribir como:

$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2(v_2'^2 - v_2^2)$$

Y la de momento lineal:

$$m_1(v_1 - v_1') = m_2(v_2 - v_2')$$

Dividiendo miembro a miembro ambas ecuaciones resulta:

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

Con lo cual, el sistema final que nos da la solución del choque elástico es:

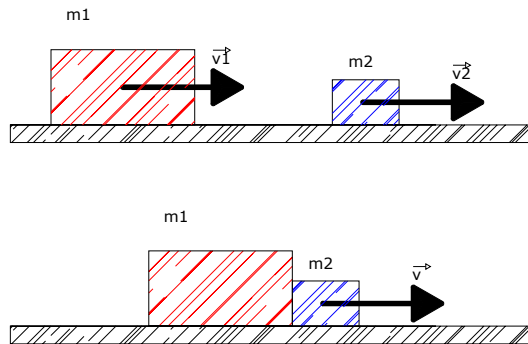
$$m_1 * v_1 + m_2 * v_2 = m_1 * v_1' + m_2 * v_2'$$

$$v_1 + v_1' = v_2 + v_2'$$

#### 4.3.2. CHOQUE PERFECTAMENTE INELÁSTICO

Los dos cuerpos que se muestran en la siguiente figura quedan en contacto después del choque, con una velocidad común v.

### Choque inelástico



En este tipo de choque sólo se conserva el momento lineal, por tanto:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v$$

Esta ecuación es suficiente para determinar  $v$ , cuando se conocen las masas y las velocidades iniciales  $v_1$  y  $v_2$ . Nótese que aunque el choque no fuera frontal, la ecuación anterior nos permitiría determinar  $v$ .

Al tratar de la conservación del momento lineal, llegamos a la conclusión de que en todo sistema aislado decir que la velocidad del centro de masas permanece constante equivale a decir que se conserva el momento lineal del sistema.

Si escogemos un sistema de referencia ligado al centro de masas respecto al mismo centro, el centro de masas lleva asociado velocidad nula y, por consiguiente, el momento lineal del sistema será cero.

#### 4.4. EVALUACIÓN DE LA VELOCIDAD

Como ya sabemos, en una reconstrucción de accidentes de vehículos, la velocidad de los vehículos es, en la mayoría de los casos, de primera importancia. Su influencia es bastante amplia:

- Legalidad en la velocidad impuesta en las señales de velocidad.

- Influencia en el modelo para definir los daños del vehículo y en las heridas de los ocupantes.
- Efecto en las maniobras y en el movimiento de los vehículos.
- Efecto en la visibilidad de conducción, percepción y responsable en el desarrollo de los accidentes.

Hay una gran variedad en la forma de abordar el problema de cálculo de la velocidad de los vehículos. Diferentes formulismos matemáticos son usados en estos métodos. Aunque puede parecer algo nuevo, las matemáticas usualmente empleadas son álgebras y geometría.

La mayor dificultad es comprender el fundamento físico que está ocurriendo y decidir exactamente cuáles son las ecuaciones que son aplicadas en cada situación en particular. Un entendimiento del problema nos lleva a saber las variables a considerar en el proceso de reconstrucción y poder conseguir con éxito la velocidad de los vehículos implicados.

La evaluación de la velocidad es usualmente obtenida por uno o más de los métodos de los que a continuación se citan:

- Momento lineal / análisis de energía.
- Daños / análisis de la energía.
- Análisis de la fuerza centrífuga.
- Análisis del vuelco.
- Análisis Geométrico.
- Datos grabados. Videos.

Se desarrolla a continuación, por ser de mayor interés, los dos primeros métodos.



#### 4.4.1. MOMENTO LINEAL / ANÁLISIS DE LA ENERGÍA

Para nuestros propósitos, el momento lineal puede ser definido como el **peso** del vehículo multiplicado por la **velocidad** de éste en una cierta **dirección**. La premisa básica del análisis del momento es que el momento lineal inmediatamente siguiente a la colisión es el mismo que el momento lineal que precede a la colisión. Ningún momento es “perdido” por un vehículo para ser “ganado” por otro vehículo. La aplicación de estos principios puede ser observada en los juegos de billar. *Cada* vehículo tiene un peso, velocidad, y una dirección antes de la colisión y un peso, velocidad y dirección finalizada la colisión. Hay un total de 12 valores numéricos entre los dos vehículos, un análisis del momento en dos dimensiones. El método propuesto resuelve dos valores de las 12 incógnitas. Todos los demás valores son supuestos o evaluados.

Las fases típicas del análisis del momento / energía pueden ser las siguientes:

- El ingeniero reconstructor debe obtener los pesos de los vehículos. La hipótesis más común es en muchos casos considerar que el peso del vehículo no cambiará apreciablemente durante la colisión. Esta hipótesis nos aporta 4 datos de los 10 requeridos.
- La localización del impacto y la posición final de los vehículos es determinada.
- La dirección de post-impacto es obtenida de las evidencias físicas, es decir, marcas de neumáticos, cristales rotos...
- Evaluación de las deceleraciones del post impacto. Se evalúa analizando parámetros como la frenada de post impacto, la rotación sufrida, el terreno, contacto con una barrera, etc.,... Luego las velocidades de post impacto pueden ser determinadas a través del conocimiento de las deceleraciones y la distancia

recorrida hasta detenerse. Esta parte es un análisis de energía, energía disipada.

- En este punto, si la dirección de ambos vehículos es “conocida”, las ecuaciones del momento pueden ser resueltas y obtener la velocidad de pre impacto de cada vehículo. Alternativamente, si la velocidad de llegada y la dirección es conocida justo antes del impacto, la velocidad y dirección del segundo vehículo puede ser calculada.
- Para cerrar el proceso, se realiza de nuevo un análisis de energía ( frenada o longitud de las marcas) en el cual se considera una deceleración de pre-impacto.

Existen accidentes donde un análisis con el momento lineal no posee mucho sentido, es decir, restricciones de uso. Donde se incluye las siguientes situaciones:

- Colisiones frontales o traseras ( en estos casos el análisis se reduce a una dimensión y solo puede resolverse para una incógnita, es decir, sólo tenemos una ecuación.)
- Colisiones con objetos fijos o entre vehículos con grandes diferencias de pesos.
- Colisiones donde los valores de las deceleraciones no pueden obtenerse con hipótesis sencillas.
- Colisiones donde la duración del impacto no es corta.

Aunque, no es usado con frecuencia, hay que decir que el momento angular se conserva también durante la colisión. Por consiguiente, ningún momento angular perdido por un vehículo es ganado por el otro. Los principios de momento angular pueden de nuevo ser observado en los juegos de billar.

Cuando una bola es golpeada por otra, que lleva un efecto de giro, spin, como consecuencia del golpe una parte de este giro es transferida a dicha bola. La aplicación del momento angular a la reconstrucción de accidentes es más compleja que el momento lineal. Hay dos razones básicas para esta dificultad. Primero, mientras el momento lineal requiere el peso del vehículo, el momento angular requiere la inercia de rotación. Los valores de inercia son significativamente más dificultosos de obtener que las masas. Y segundo, la aceleración angular debe ser evaluada, que para obtener valores razonables de la deceleración rotacional se requiere usualmente el uso de técnicas más complejas que conlleva al uso de la computadora, ganando en sencillez el momento lineal.

#### **4.4.2. ANÁLISIS DE ENERGÍA / DEFORMACIÓN**

La premisa básica en el análisis de energía (deformación) es que las fuerzas causantes de los daños de la colisión pueden ser evaluadas analíticamente comparando el perfil de daños del vehículo accidentado con un perfil de deformación producido por pruebas controladas de impacto. Hay que verificar esta premisa básica con una buena documentación, es decir, una base de datos actualizada. Las dificultades yacen en tres líneas generales.

- a) Las pruebas realizadas son generalmente colisiones frontales contra barreras rígidas ( “ brick ball”). Los daños producidos en los vehículos son poseen un perfil suave que es fácil de medir. En las colisiones reales pueden existir perfiles de deformación donde la medida de deformación no sea tan evidente como en las pruebas generadas.
- b) La extensa mayoría de las pruebas testeadas en las colisiones frontales son aproximadamente a una velocidad entorno a 25 –55 km/h. En los accidentes reales nos encontramos con un amplio abanico de velocidades y ángulos de impacto. Las medidas de áreas son con frecuencia laterales, traseras o frontales por lo que la tenemos una base de datos para la comparación *muy escasa*.

- c) En las colisiones reales, lo normal, es la existencia de otro vehículo involucrado. Los datos de pruebas de colisiones con vehículos involucrados son de nuevo casi nulos.

#### **4.4.2.1. COMPORTAMIENTO DE LOS VEHÍCULOS EN COLISIONES FRONTALES.**

Los datos más fiables que existen del comportamiento de los vehículos durante colisiones, son los que se refieren a la colisión frontal contra barrera rígida a 50Km/h, ya que en estas condiciones es como se ensayan todos los automóviles para ser homologados por la unión europea.

En estas colisiones se producen deformaciones en la parte frontal del vehículo de unos 60 cm. Esta deformación, que puede considerarse como la distancia de parada del vehículo desde 50 Km/h provoca una desaceleración, de la parte no deformada del mismo, de 15g de valor medio con picos que pueden alcanzar valores entre 18 y 28g.

En el caso de colisiones frontales entre vehículos existe algún tipo de penetración de partes de uno en otro, por la que la distancia de parada, en el caso de colisión entre dos vehículos idénticos a 100 Km/h, sería de unos 76 cm y la deceleración media del habitáculo de pasajeros, de aproximadamente 13 g.

Como es sabido, los pasajeros sufren deceleraciones algo superiores si utilizan adecuadamente el cinturón de seguridad y mucho mayores si no lo hacen.

Un pasajero no sujeto con el cinturón seguirá desplazándose hacia delante cuando el vehículo se está deteniendo por el impacto, sufriendo el choque de la rodilla contra la parte inferior del panel de instrumentos, la colisión del pecho contra el volante y, posteriormente, el choque de la cabeza con el parabrisas o el marco superior a éste.

Considerando una colisión a 50 Km/h contra barrera, el choque de la rodilla es a velocidad baja (aproximadamente 16 Km/h) puesto que el vehículo aún está avanzando a unos 33 o 35 Km/h.

El impacto del pecho contra el volante producirá esfuerzos entre ambos que están limitados por las condiciones de diseño y construcción del sistema de dirección. Se establecen dos límites, el primero se refiere al desplazamiento hacia atrás del conjunto del volante y columna, en la colisión a 50 Km/h, sobre barrera, dicho desplazamiento no debe sobrepasar 12.5 cm, el segundo es la fuerza máxima permitida al chocar el pecho a una velocidad de 25 Km/h, cuyo valor no debe sobrepasar 1130 Kg.

La cabeza puede impactar cuando el vehículo está ya parado, por lo que la velocidad de impacto puede ser de aproximadamente 50 Km/h. Si la colisión se produce contra el limpiaparabrisas, puede producir una deformación de éste de unos 15 cm, por lo que la cabeza puede experimentar una deceleración media de unos 60g con picos de 90 g. Si la colisión se produce contra el marco superior de la ventana, esta puede deformarse unos 2 cm, por lo que la cabeza puede experimentar aceleraciones del orden de 500g.

Como puede observarse, de los tres impactos, el más crítico es el de la cabeza. La retención del conductor y ocupantes mediante cinturones de seguridad y airbag evita o reduce muy considerablemente estos impactos.

Los accidentes reales se alejan en diferentes aspectos de la colisión frontal contra barrera rígida. En la mayoría de los casos porque el impacto tiene lugar contra otros vehículos, formando los planos longitudinales de éstos diferentes ángulos o impactando solo parte de los frontales ( colisión frontal desviada). Las velocidades relativas entre los vehículos también varían ampliamente.

Con el objeto de entender el fenómeno de la colisión a partir de valores obtenidos de la colisión contra barrera a 50 Km/h, se va analizar la colisión frontal entre dos vehículos.

En la colisión frontal contra barrera rígida, la mayor parte de la energía cinética es absorbida como energía de deformación del vehículo; si despreciamos la parte de deformación elástica y consideramos que la velocidad de ensayo es  $v_e$ , la capacidad de absorción de energía de deformación es:

$$E_D = \frac{1}{2} M v_e^2$$

Siendo M la masa del vehículo.

Cuando dos vehículos A y B de diferente masa colisionan frontalmente entre sí, la energía perdida en la colisión puede formularse como:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{M_a M_b}{M_a + M_b} (v_{r1}^2 - v_{r2}^2)$$

Siendo  $v_{r1}$  y  $v_{r2}$ , respectivamente, las velocidades relativas de ambos vehículos en los instantes de inicio y finalización de la colisión.

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{M_a M_b}{M_a + M_b} v_{r1}^2$$

Si suponemos una colisión perfectamente inelástica,  $v_{r2}=0$ :

Por otra parte, si ambos vehículos tienen análogo comportamiento al ser ensayados contra barrera rígida a velocidad  $v_e$ , la capacidad de absorción de energía de ambos será:

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{M_a M_b}{M_a + M_b} v_e^2$$

Igualando las dos últimas ecuaciones:

$$\frac{1}{2} \frac{M_a M_b}{M_a + M_b} v_{r1}^2 = \frac{1}{2} \frac{M_a M_b}{M_a + M_b} v_e^2$$

$$v_{r1}^2 = \frac{(M_a + M_b)^2}{M_a M_b} v_e^2$$

Considerando:

$$M_a = nM_b$$

$$v_r = \frac{n+1}{\sqrt{n+1}} v_e$$

Si la colisión se produce entre dos vehículos idénticos:  $M_a = M_b$  y  $n=1$  nos queda la siguiente relación:

$$v_r = 2v_e$$

Es decir, una velocidad relativa en la colisión doble que la velocidad de ensayo produciría análogos efectos en los vehículos en lo que se refiere a las deformaciones producidas. En la práctica ello supone una velocidad relativa de 100 Km/h.

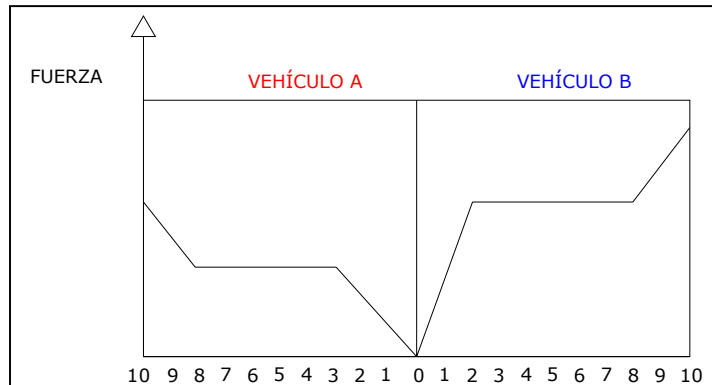
Por otra parte, a medida que la diferencia entre las masas de los vehículos se hace mayor, la velocidad máxima de impacto que producirá en cada vehículo deformaciones análogas a las del ensayo, aumenta si, por ejemplo, un vehículo tiene masa doble que el otro, con  $v_e = 50$  Km/h.

$$v_r = \frac{n+1}{\sqrt{n+1}} v_e = \frac{3}{\sqrt{2}} 50 = 106 \text{ Km/h}$$

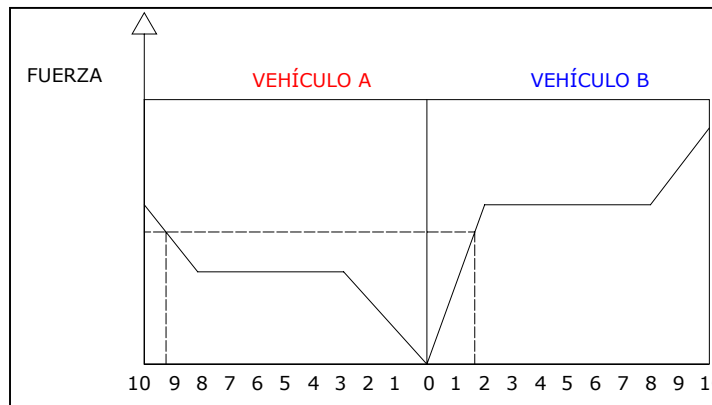
Sin embargo estos resultados no se corresponden con los resultados de estudios accidentológicos, que ponen de manifiesto que la asimetría en las masas de los vehículos, y de su rigidez, produce, normalmente, lesiones a los ocupantes del vehículo menos pesado superiores a las que corresponderían de acuerdo con la protección que proporciona la seguridad garantizada por el ensayo de colisión contra barrera.

Ello indica que existe un margen de capacidad de absorción de energía entre los vehículos, el cual debe ser optimizado mediante diseños estructurales que hagan incrementar la compatibilidad entre ambos en este tipo de colisiones.

Las rigideces de las estructuras juegan un papel importante en las deformaciones experimentadas por cada uno de los vehículos, en la figura siguiente se ilustra esta idea. En la parte superior se presentan las curvas de fuerza-deformación en choque frontal de dos vehículos A y B, tomando el origen de deformaciones en el centro del diagrama y valores positivos hacia la izquierda para el vehículo A y a la derecha para el vehículo B,  $M_a < M_b$ .



**Fig 1.-** Curva fuerza-deformación en el choque frontal.



**Fig 2.-** Deformaciones producidas en una colisión.

El estudio de colisiones entre vehículos es un fenómeno complejo, difícil de estudiar por métodos simples.

Los modelos impulsivos, basados en los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento, permiten relacionar las velocidades de los vehículos en los instantes iniciales y finales de la colisión.



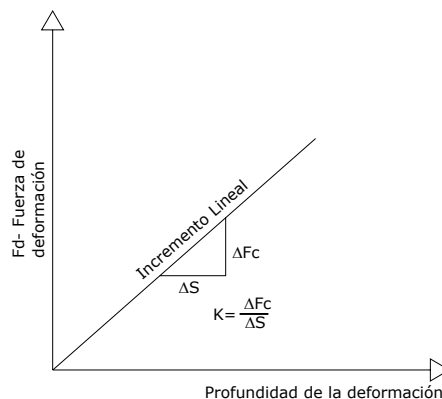
Para la aplicación de estos modelos es necesario estimar la energía consumida en deformaciones permanentes, rozamiento, desgarros de material y otros. La dificultad para realizar estimaciones adecuadas de los valores de esta energía, hace difícil obtener resultados con precisiones elevadas.

Los datos disponibles sobre comportamiento de las estructuras de los vehículos se refieren fundamentalmente a los obtenidos de colisión frontal contra barrera rígida a 50 Km/h. La extrapolación de estos resultados a colisiones entre vehículos a diferentes velocidades y a otros tipos de colisión solo permite aproximaciones a las situaciones reales.

#### 4.4.2.2. CÁLCULO DE LA ENERGÍA DE DEFORMACIÓN

La energía de deformación es igual a la fuerza de deformación multiplicada por la distancia generada durante el tiempo de actuación de la fuerza. Dado que las medidas de deformación son muy complejas y altamente irregulares, es difícil de determinar la energía de deformación basada en componentes individuales de los vehículos. El rango de valores de la fuerza de deformación se inicia justo cuando se produce el impacto, valor cero, hasta el final de la deformación, valor máximo.

Las pruebas de choque ponen de relieve que el incremento lineal de la fuerza de deformación es una aproximación muy aceptable.



**Fig 3.-** Fuerza de deformación y profundidad de deformación, *relación lineal*.

La pendiente de la fuerza lineal y la profundidad de la deformación indica la rigidez de la estructura que está siendo deformada, es decir, un valor elevado de la pendiente se traduce en una estructura rígida. El coeficiente de rigidez se puede definir de la siguiente forma:

$$K = \frac{\Delta F}{\Delta s}$$

La energía de deformación puede ser calculada del trabajo realizado por

la fuerza sobre la profundidad de deformación. Dado que la fuerza aplicada en la deformación empieza desde cero, podemos realizar un valor promedio de la fuerza, resultando:

$$E = \frac{F_c}{2} \Delta s$$

Llegándose a una expresión simple y de uso para el cálculo de la energía de deformación en función de la rigidez y la profundidad de deformación.

$$E_c = \frac{k}{2} (\Delta s)^2$$

Como se ha comentado anteriormente, la base de datos que se dispone de deformación está asociada al impacto de vehículos con muros rígidos. Generalmente se reflejan los datos de la siguiente forma:

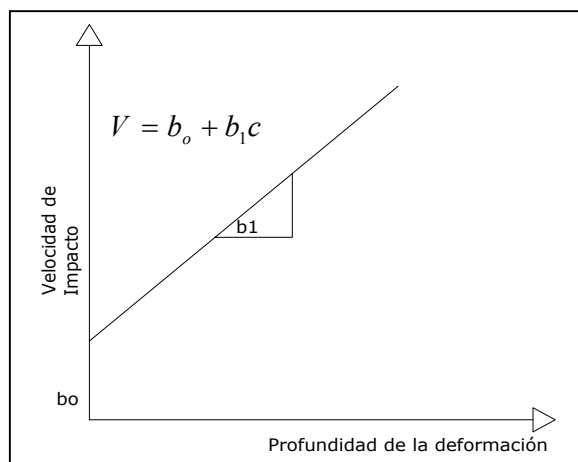
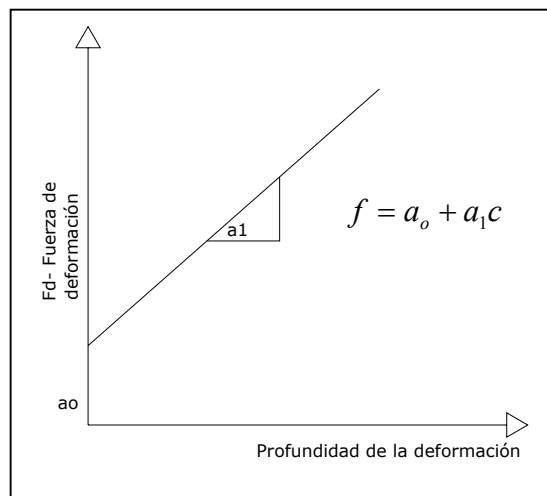


Fig 4.- Velocidad de impacto y deformación.

Donde  $b_0$  representa la velocidad mínima de impacto contra el muro tal que no genera deformación. La pendiente de la línea viene dada por  $b_1$ . Ese valor de la pendiente refleja la rigidez de la estructura del vehículo.

Muchos vehículos pueden ser representados, con una aproximación razonable, por una relación lineal, no obstante, considerando impactos frontales, traseros o laterales. En algunos impactos a baja velocidad, una fuerza lineal frente a la relación a la profundidad de deformación, se obtienen resultados más aproximados, es decir, describen mejor el compartamiento del coeficiente de rigidez, principalmente en impactos traseros.

En muchos accidentes, se suele representar una relación lineal entre la fuerza de deformación por unidad de profundidad de ancho como función de la profundidad de deformación. Se ilustra en la figura siguiente.



**Fig 5.-** Fuerza de deformación y profundidad.

Los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  pueden llegar a ser expresados en términos de los coeficientes  $b_0$  y  $b_1$ . Realizando un balance de energía en el impacto del muro, se tiene que:

$$\frac{mV^2}{2} = \int_0^{w_1} \int_0^c f dcdw = \int_0^{w_1} \int_0^c (a_0 + a_1c) dcdw + k_1$$

Donde:

- $k_1$  = constante de integración.
- $w_1$  = ancho de la deformación.
- $c$  = profundidad de la deformación.

Substituyendo la velocidad en términos de energía cinética se tiene que:

$$\frac{m}{2} (b_o + b_1c)^2 = \frac{m}{2} (b_o^2 + 2b_ob_1c + b_1^2c^2)$$

después de la doble integración tenemos que:

$$\frac{m}{2} (b_o + b_1c)^2 = \frac{m}{2} (b_o^2 + 2b_ob_1c + b_1^2c^2) = a_0cw_o + a_1 \frac{c^2}{2} w_o + k_1$$

La constante de integración  $k_1$  se obtiene haciendo  $c=0$ ;

$$k_1 = \frac{m}{2} b_o^2$$

Comparando los coeficientes en los campos, tenemos:

$$a_o = \frac{mb_ob_1}{w_o} \quad \text{y} \quad a_1 = \frac{mb_1^2}{w_o}$$

Rescribiendo la ecuación de la fuerza por unidad de profundidad tenemos que:

$$f = \frac{m}{w_o} (b_o b_1 + b_1^2 c)$$

Llegando al valor siguiente de la energía de deformación:

$$E_c = \frac{m}{w_o} \int_0^{w_1} \int_0^c (b_o b_1 + b_1^2 c) dc dw + \frac{m}{2} b_o^2$$

La expresión final de la energía de deformación  $E_c$  como función de la longitud de profundidad de deformación  $c$  se obtiene por integración como:

$$E_c = m_t (b_o b_1 c + \frac{b_1^2 c^2}{2} + \frac{b_o^2}{2})$$

donde se tiene que:

- $b_o$  = Coeficiente de rigidez que representa la velocidad mínima de impacto no generando permanencia alguna en la deformación.
- $b_1$  = Coeficiente de rigidez que representa la relación entre la velocidad de impacto y la deformación
- $c$  = máxima deformación considerando uniforme la longitud de penetración.
- $m_t$  = masa asociada a las pruebas de vehículos de las cuales se obtienen los valores de  $b_o$  y  $b_1$

Llegado a este punto, la velocidad de impacto de un vehículo que choca contra un muro se obtiene del balance de energía, resultando:

$$V = \sqrt{\frac{2E_c}{m_a}}$$

donde tenemos que:

- $E_c$  = Energía de deformación
- $m_a$  = Masa del vehículo accidentado.

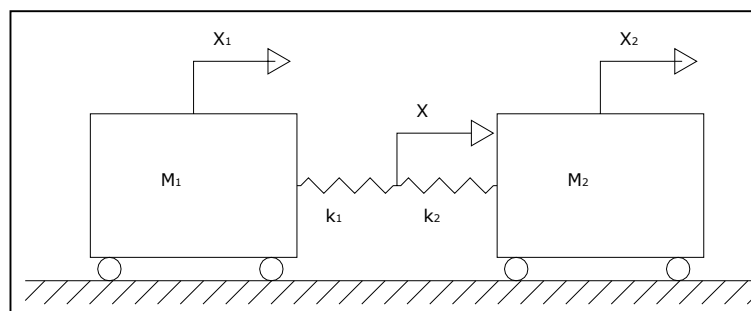
Nota: Para no crear confusión, se debe notar que la masa usada para el cálculo de la energía de deformación es la del vehículo usado en la prueba de impacto, mientras que la usada en la expresión última es la del vehículo accidentado.

La energía de deformación  $E_c$  para dos, cuatro, o seis medidas diferentes de profundidad en la deformación de la zona dañada, puede obtenerse sin más que extrapolar el desarrollo anterior a las medidas necesarias.

#### 4.4.2.3. APLICACIÓN EN LOS ACCIDENTES

Bajo los criterios de energía citados anteriormente, se ha desarrollado un programa muy popular para la reconstrucción de accidentes, “ **PC- CRASH** ”. CRASH, acrónimo de Calspan Reconstruction of Accident Speeds on the Highway, fue desarrollado inicialmente como un programa para simplificar el análisis matemático en los accidentes de los automóviles, pero no entendiéndose como un programa de gran fidelidad en la simulación de las colisiones.

Una de las características del CRASH es que la magnitud del vector “ **delta-V**”, índice de la severidad del accidente, puede ser calculada de las medidas de deformación de la estructura del vehículo. Luego la energía absorbida por el vehículo es determinada modelando el vehículo como una serie de muelles perfectamente elásticos que se comprimen al máximo nivel de deformación pero sin restitución. Los coeficientes de rigidez de los muelles son introducidos en el software como propiedades de los vehículos, ( base de datos).



**Fig 6.-** Representación esquemática de una colisión central usada en CRASH

CRASH impone la restricción de velocidad común en el punto de impacto. Esta condición de velocidad común implica que no ocurre restitución y que la velocidad relativa de deslizamiento entre los vehículos es la misma previa a la separación.

Una vez que la energía absorbida en el impacto es conocida, la magnitud del delta-V para cada vehículo puede ser calculada. Para hacer esto, CRASH requiere una información adicional, **PDOF**, Principal Direction of Force, que debe ser especificada (debe coincidir con la dirección resultante del vector impulso lineal). En el modelo que se desarrolla en el presente proyecto, modelo impulsivista, esta dirección es controlada por  $\mu = \frac{P_t}{P_n}$ . Crash por lo tanto usa el valor de  $\mu = \mu_{\max}$  para calcular la magnitud del delta-V y luego permite al usuario introducir un valor de  $\mu$ , a través de la elección del PDOF para determinar de nuevo el valor del  $\Delta V$ . Esto es una inconsistencia que muchos usuarios desconocen. Sin embargo, defienden que el uso del PDOF juega un papel fundamental en la aproximación de la solución.

Se ha encontrado una demo del software y el documento técnico de éste, donde se ha comentado anteriormente los puntos más interesantes, sin entrar en grandes detalles.

Se adjuntan algunas imágenes del software PC-CRASH.

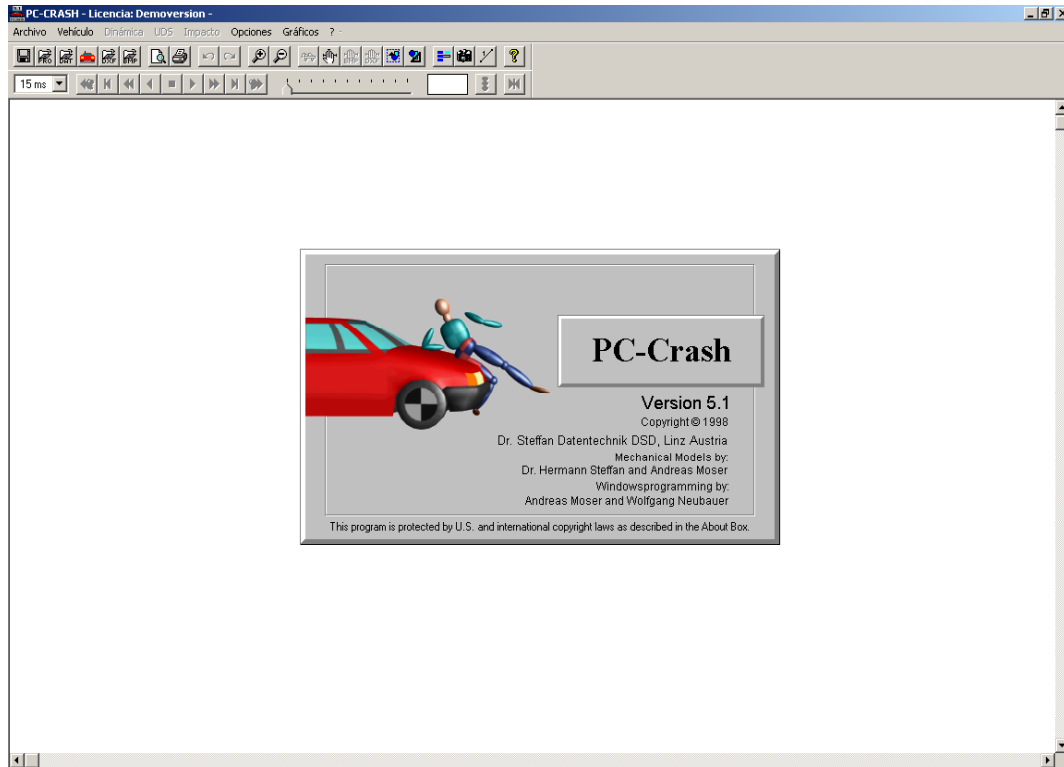


Fig 7.- Interfaz de Bienvenida del Software PC-Crash.

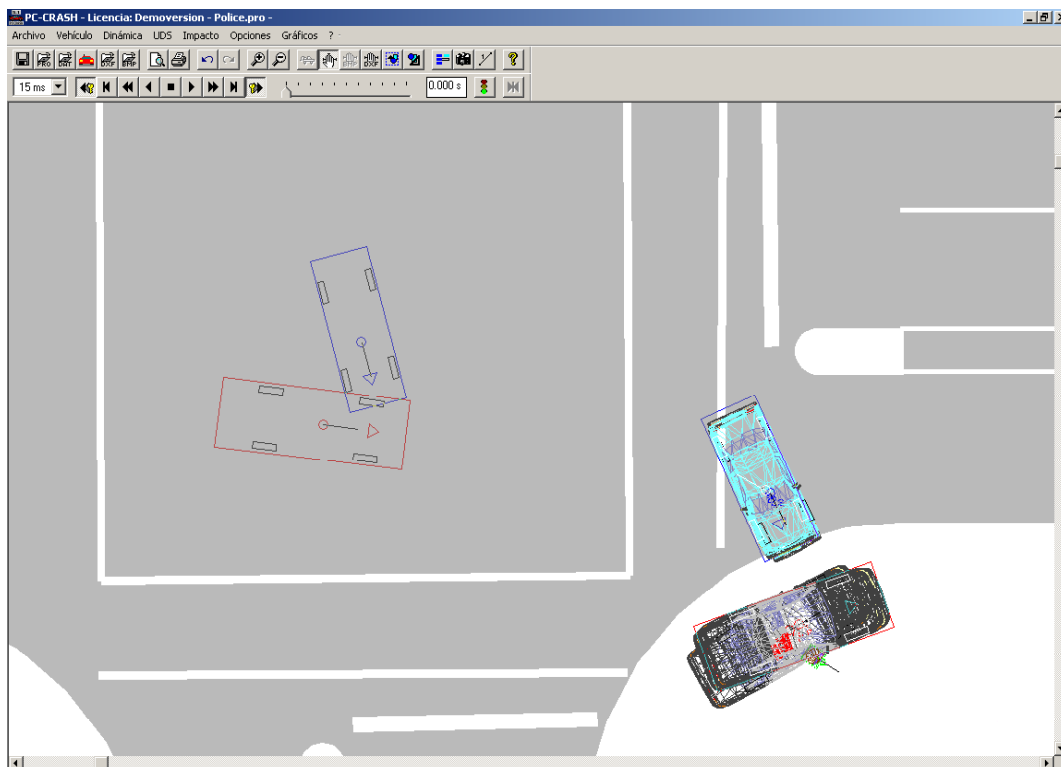


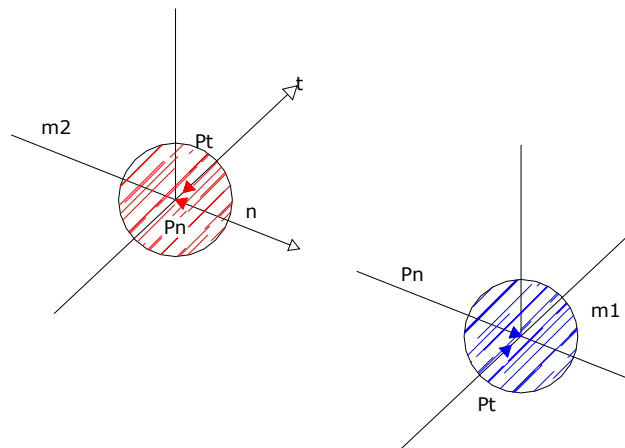
Fig 8.- Ejemplo del software.



## 4.5. ECUACIONES GENERALES PARA PARTICULAS

Una vez analizado algunos casos particulares de impactos de partículas vamos a establecer las ecuaciones de gobierno para impactos oblicuos. Siendo los casos anteriormente vistos casos particulares de éste.

Muchos vehículos poseen un momento de inercia importante y no pueden ser modelados como partículas. Aún así, se presenta la teoría de partícula aquí porque su simplicidad permite establecer conceptos que no varían sustancialmente cuando se analiza el impacto de cuerpos rígidos.



En la figura anterior tenemos el diagrama libre de dos partículas. Un sistema de coordenadas normal y tangencial es considerado de forma que la dirección normal pasa a través del centro de las partículas,  $n$ .

El eje tangencial,  $t$ , es perpendicular al eje  $n$ , y está en el plano definido por las velocidades iniciales de las partículas.

La simbología utilizada será minúscula para los estados iniciales y mayúscula para el estado de post-colisión. Los subíndices hacen referencia al eje y al vehículo asociado.

Conservación del momento para el sistema de partículas a lo largo del eje normal

$$m_1V_{1n} + m_2V_{2n} = m_1v_{1n} + m_2v_{2n} \quad (1)$$

Conservación del momento del sistema de las dos partículas en la dirección tangencial

$$m_1V_{1t} + m_2V_{2t} = m_1v_{1t} + m_2v_{2t} \quad (2)$$

Un coeficiente de restitución,  $e$ , es usado para representar de forma implícita la energía perdida de la colisión debido a los cambios relativos de velocidad normal. Este coeficiente se define como:

$$e = -\frac{V_{1n} - V_{2n}}{(v_{1n} - v_{2n})}$$

$$e = \frac{\text{Velocidad}_{\text{relativa}_{\text{final}}_{\text{en}_{\text{la}}_{\text{dirección}}_{\text{normal}}}}{\text{Velocidad}_{\text{relativa}_{\text{inicial}}_{\text{en}_{\text{la}}_{\text{dirección}}_{\text{normal}}}}$$

Donde. Usando esta definición se tiene que

$$V_{1n} - V_{2n} = -e(v_{1n} - v_{2n}) \quad (3)$$

Los cambios en la dirección normal están relacionados directamente con el impulso normal,  $P_n$ , entre los vehículos. Esto es:

$$P_n = m_1(V_{1n} - v_{1n}) = -m_2(V_{2n} - v_{2n}) \quad (4)$$

Los cambios en la dirección tangencial son gobernados por el impulso en la dirección tangencial,  $P_t$ , desarrollados durante la colisión. Usando este impulso tangencial, el impulso normal y el hecho de que algo de algo de deslizamiento debe de ocurrir en la dirección tangencial, se llega a definir un coeficiente equivalente de fricción,  $\mu$ , como:

$$\mu = \frac{P_t}{P_n} \quad (5)$$

En algunas aplicaciones,  $\mu$  puede correlacionarse directamente al coeficiente de fricción de deslizamiento dinámico, es decir, la fricción de Coulomb. Sin embargo, se debe observar que sobre la definición anterior no hay objeto de limitaciones y permite modelarse de varias formas, por ejemplo, fricción en seco, deformación inelástica de los materiales,...

El impulso tangencial puede ser obtenido directamente del diagrama libre de los cuerpos de la figura anterior de la siguiente forma:

$$P_t = m_1(V_{1t} - v_{1t}) = -m_2(V_{2t} - v_{2t}) \quad (6)$$

Usando la linealidad de las ecuaciones anteriores y combinando la definición de  $\mu$ , el impulso normal y tangencial, se obtiene:

$$\mu m_1 V_{1n} - m_1 V_{1t} - \mu m_2 V_{2n} + m_2 V_{2t} = \mu m_1 v_{1t} - m_1 v_{1t} - \mu m_2 v_{2n} + m_2 v_{2t} \quad (7)$$

Las ecuaciones (1), (2), (3) y (7) forman un conjunto de 4 ecuaciones con 4 incógnitas, 4 velocidades desconocidas. Sin embargo, se hace la pregunta de sí el deslizamiento termina previo a la separación o por el contrario permanece. El movimiento relativo tangencial existe en el principio del impacto y continua como  $|V_{2t} - V_{1t}| > 0$ . Si el movimiento cesa durante el intervalo de contacto, luego las velocidades tangenciales son idénticas y tenemos que:

$$V_{1t} - V_{2t} = 0 \quad (8)$$

Ecuación (8) puede ser usada en lugar de la (7) cuando se conoce que el deslizamiento termina previamente. Por ahora las ecuaciones (7) y (8) son tratadas de forma alternativa y se obtendrán soluciones para ambos casos.

Para esclarecer las ecuaciones y resultados obtenidos hasta ahora para el problema de cuerpos rígidos, masa puntuales, se establece a continuación las ecuaciones en forma matricial, usando la ecuación (7).

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \mu m_1 & -m_1 & -\mu m_2 & m_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} V_{1n} \\ V_{1t} \\ V_{2n} \\ V_{2t} \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & m_2 \\ -e & 0 & e & 0 \\ \mu m_1 & -m_1 & -\mu m_2 & m_2 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} v_{1n} \\ v_{1t} \\ v_{2n} \\ v_{2t} \end{Bmatrix} \quad (9)$$

La solución para este sistema de ecuaciones puede ser escrita de varias formas. Las siguientes ecuaciones parecen reflejar la simetría física del problema:

$$V_{1n} = v_{1n} + \frac{m_2(1+e)(v_{2n} - v_{1n})}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

$$V_{1t} = v_{1t} - \frac{\mu m_2(1+e)(v_{2n} - v_{1n})}{m_1 + m_2} \quad (11)$$

$$V_{2n} = v_{2n} - \frac{m_1(1+e)(v_{2n} - v_{1n})}{m_1 + m_2} \quad (12)$$

$$V_{2t} = v_{2t} - \frac{\mu m_1(1+e)(v_{2n} - v_{1n})}{m_1 + m_2} \quad (13)$$

Cuando ecuación (8) es usada en lugar (7) las soluciones para las componentes normales de la velocidad final son idénticas a las expresiones anteriores. La velocidad final tangencial es:

$$V_{1t} = v_{1t} + m_2(v_{2t} - v_{1t})/(m_1 + m_2) \quad (14)$$

$$V_{2t} = v_{2t} - m_1(v_{2t} - v_{1t}) / (m_1 + m_2) \quad (15)$$

#### 4.6. RESTITUCIÓN, FRICCIÓN, Y ENERGÍA PERDIDA.

Hay una razón importante para introducir el coeficiente de restitución en el problema de colisión anteriormente planteado. El coeficiente de restitución es un significado de conveniencia que incluye la energía cinética perdida debido a la deformación normal mientras se consigue mantener las ecuaciones lineales. Una ecuación que contenga explícitamente la energía cinética debería ser no lineal respecto a las componentes de las velocidades desconocidas, y la facilidad de obtener la solución se pierde en la resolución del sistema.

A continuación se presenta la relación entre los coeficientes  $e$ ,  $\mu$  y la energía perdida. Usando la ecuación de conservación de la energía, se puede escribir:

$$\frac{m_1(V_{1n}^2 + V_{1t}^2)}{2} + \frac{m_2(V_{2n}^2 + V_{2t}^2)}{2} + T_L = \frac{m_1(v_{1n}^2 + v_{1t}^2)}{2} + \frac{m_2(v_{2n}^2 + v_{2t}^2)}{2} \quad (16)$$

Donde  $T_L$  representa la energía cinética convertida a otras formas tales como sonido, luz, calor, fricción y/o deformación permanente. Sustituyendo las componentes finales de la velocidad en la ecuación anterior se obtiene la energía perdida en términos de las condiciones iniciales de velocidad, masa de partículas y coeficientes.

Usando la solución en la cual el deslizamiento no desliza previo a la separación, ecuaciones (10) a la (13) se obtiene:

$$T_L = \frac{\vec{m}(v_{2n} - v_{1n})^2(1+e)[(1-e) + 2\mu e - (1+e)\mu^2]}{2} \quad (17)$$

donde :

$$\vec{m} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$r = (v_{2t} - v_{1t}) / (v_{2n} - v_{1n})$$

Notar que la ecuación (17) es una función que varía de forma cuadrática con el valor de  $\mu$ . Esto sugiere un máximo o un mínimo de energía perdida. Analizando la expresión anterior, se observa que la función posee un máximo respecto al valor de  $\mu$ . Esto es que, conforme  $\mu$  incrementa de 0, la energía perdida aumenta. En el mismo punto,  $\mu = \mu_{\max}$ , la energía perdida luego decreciente (incluso puede llegar a ser negativa) para  $\mu > \mu_{\max}$ . Intuitivamente, para algunas colisiones, uno espera un gran coeficiente de fricción acompañado con deslizamiento para disipar más energía. Esto es verdad hasta cierto punto desde con suficiente fricción, el deslizamiento cesaría previo a la separación. Valores más grande de  $\mu_{\max}$ , que generan que el deslizamiento cese, cuando se usa la ecuación (7), producirían una solución sin sentido físico, añadiendo energía al sistema. Este fenómeno se verá más tarde en un ejemplo sencillo.

El análisis de este problema, impacto entre partículas, refleja que el valor de  $\mu = \mu_{\max}$ , es el valor más pequeño de  $\mu$  que causa que el deslizamiento cese previo a la separación y genera un valor real límite al usar la ecuación (7). De la ecuación (17) se obtiene:

$$\mu_{\max} = \frac{r}{1 + e} \quad (18)$$

El concepto de un máximo coeficiente  $\mu_{\max}$  ha sido corroborado por datos por Ishikawa [“Computer Simulation of Automobile”].

$$\frac{P_t}{P_n} < \mu_{\max}$$

En resumen, si, el deslizamiento existe en la separación y las ecuaciones (10), (11), (12) y (13) presentan la solución al problema.

Si  $\frac{P_t}{P_n} = \mu_{\max}$  el deslizamiento cesa previo a la separación y las velocidades finales tangenciales son iguales, por lo tanto las velocidades finales son gobernadas por las ecuaciones (10), (12), (14) y (15).

Se hace la observación que para impactos colineales (head-on),  $v_{1t}=v_{2t}=0$ ,  $\mu_{\max}=0$ , y la solución debe de ser independiente de la fricción.

Después de haber desarrollado la solución en el impacto de partículas, es interesante ver el trabajo desarrollado por el impulso durante la colisión. Para evaluar la energía, se recuerda que:

$$\text{Trabajo} = \int_{x_1}^{x_2} F dx = \int_{t_1}^{t_2} F v dt \quad (19)$$

Donde  $v=dx/dt$ . Usando el teorema del valor medio, la ecuación (19) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\text{Trabajo} = V_{\text{avg}} \int_{t_1}^{t_2} F dt = \text{Energía} \quad (20)$$

donde la cantidad  $Fdt$  es el impulso de la fuerza  $F$  definida como la variación temporal de la cantidad de movimiento ( $F = d(mv)/dt$ ). La ecuación (20) es el trabajo realizado durante el impulso total desarrollado durante la colisión. Este impulso puede ser dividido en sus componentes normales y tangenciales,  $P_n$  y  $P_t$  respectivamente. Por consiguiente, se puede decir que:

$$T_{Ln} = (v_{avg})_n P_n \quad (21)$$

$$T_{Lt} = (v_{avg})_t P_t \quad (22)$$

Donde  $(v_{avg})_n$  y  $(v_{avg})_t$  son valores medios de las velocidades relativas de las dos partículas en las direcciones normales y tangenciales respectivamente. Estas cantidades son definidas de la siguiente forma:

$$(v_{avg})_n = [(v_{1n} - v_{2n}) + (V_{1n} - V_{2n})]/2 \quad (23)$$

$$(v_{avg})_t = [(v_{1t} - v_{2t}) + (V_{1t} - V_{2t})]/2 \quad (24)$$

Usando las ecuaciones (23) y (24) con las ecuaciones (21) y (22) se obtiene:

$$T_{Ln} = \frac{[(v_{1n} - v_{2n}) + (V_{1n} - V_{2n})]P_n}{2} \quad (25)$$

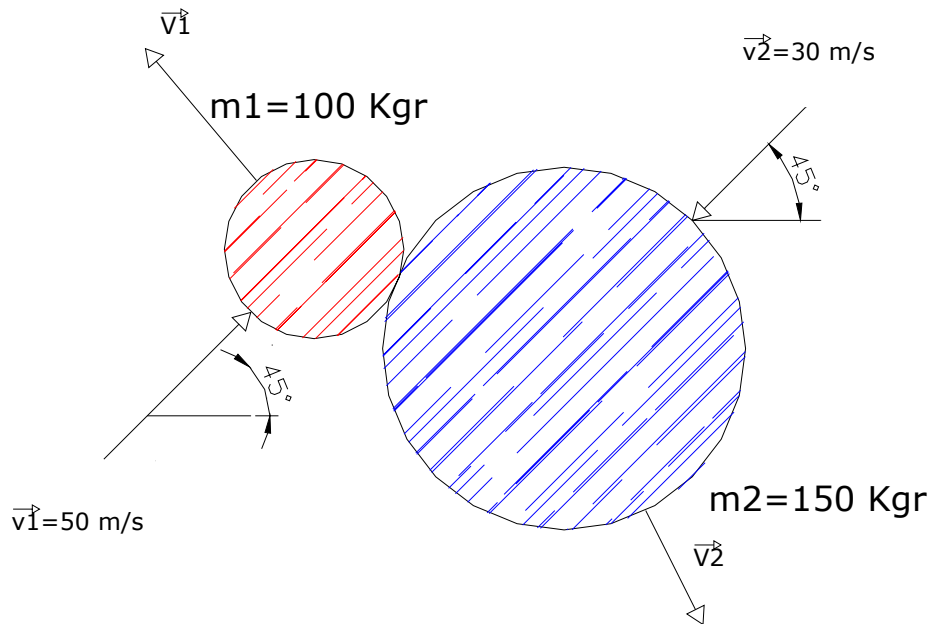
$$T_{Lt} = \frac{[(v_{1t} - v_{2t}) + (V_{1t} - V_{2t})]P_t}{2} \quad (26)$$

Los modelos de impacto que usan medidas de deformación para estimar la energía perdida están basados en las fuerzas normales actuando en la dirección normal en la superficie dañada. Dado que solo una parte de la



energía cinética es perdida en la dirección normal, estos modelos tienden a subestimar la energía perdida. Esto puede a llegar ocasionar errores.

Para ilustrar la influencia combinada del coeficiente de restitución, el coeficiente de fricción, y el concepto de  $\mu_{max}$  en la energía absorbida en la colisión, la ecuación (17) es evaluada para varios valores de estos coeficientes.



En la figura se observa dos partículas colisionando en la cual una lleva velocidad de 50 m/s con un ángulo de  $45^\circ$  y otra partícula lleva velocidad de 30 m/s con un ángulo de  $-45^\circ$ . El valor de las masas son de  $m_1=100$  Kgr y  $m_2=150$  Kgr.

De estos valores se obtiene que  $r=1$ .

$$r = (v_{2t} - v_{1t}) / (v_{2n} - v_{1n})$$

Así, se tiene que el valor de  $\mu_{max}$  viene dado por:

$$\mu_{max} = \frac{1}{1+e}$$

La siguiente tabla refleja los valores que se obtienen de TL, energía perdida, para diferentes valores de  $\mu_{max}$ .

	e=0	$\mu_{max}=1$	e=1	$\mu_{max}=0.5$
	$T_L$		$T_L$	$T_L$
0	96000	0	0	0
1	192000	0.5	96000	
2*	96000	1.0	0	
3*	-192000	1.5	-2888000	

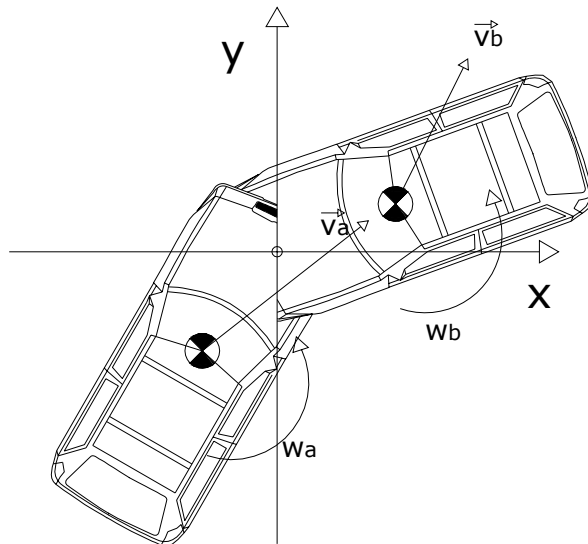
Se observa el efecto de incremento de  $\mu_{max}$ , como la energía perdida, TL, decremента; se añade energía al sistema durante la colisión, que por supuesto imposible. Esto ilustra que la elección de un valor de  $\mu$  cuando se usan las ecuaciones de impacto debe ser elegido con mucho cuidado y nunca debe de exceder  $\mu_{max}$  para la colisión analizada.

#### 4.7. IMPACTO DE CUERPOS RÍGIDOS EN EL PLANO

Una vez analizado los conceptos de fricción, restitución y energía perdida, se está en disposición de desarrollar unas ecuaciones más generales para el impacto de cuerpos rígidos.

Cuando dos cuerpos se mueven en el plano e impactan, se produce unas deformaciones y fuerzas de gran magnitud. En colisiones reales, la fuerza desarrollada entre los cuerpos es distribuida sobre una superficie común de contacto. Tanto las fuerzas como la superficie cambia con el tiempo de duración de la colisión. Sin embargo, el impulso resultante, su dirección y punto de aplicación permanecen constantes.

Se presenta a continuación un esquema de colisión oblicua entre dos vehículos.



Para resolver de una forma sencilla el problema se procede a realizar unas simplificaciones.

Se ha supuesto que en el instante de máxima deformación la superficie de contacto es plana y está contenida en el plano OY. Asimismo se considera que por el origen del sistema de referencia elegido, punto O, pasa la resultante del sistema de fuerzas de interacción entre ambos vehículos.

Se utilizará de nuevamente un modelo impulsivo, considerando a los vehículos como cuerpos "predeformados" como se ha representado en la figura anterior.

Se establece a continuación las ecuaciones de gobierno del impacto.

La velocidad del punto O como perteneciente a cada uno de los vehículos se puede expresar de la siguiente forma:

$$\begin{matrix} \rightarrow^r & \rightarrow^o & \rightarrow^o \\ \mathcal{V} & = & \mathcal{V}_b - \mathcal{V}_a \end{matrix}$$

$$\vec{v}_b^o = \vec{v}_b + \vec{w} \wedge \vec{bo}$$

$$\vec{v}_a^o = \vec{v}_a + \vec{w} \wedge \vec{ao}$$

$$\vec{v}_b^o = [v_{xb} + w_b y_b] \vec{i} + [v_{yb} - w_b x_b] \vec{j}$$

$$\vec{v}_a^o = [v_{xa} - w_a y_a] \vec{i} + [v_{ya} + w_a x_a] \vec{j}$$

$$\vec{v}_b^o = [v_{xb} - w_b y_b] \vec{i} + [v_{yb} + w_b x_b] \vec{j}$$

La velocidad relativa entre los vehículos en el punto O es:

$$\vec{v}_r^2 = [v_{xb}^2 - v_{xa}^2 + w_b^2 y_b + w_a^2 y_a] \vec{i} + [v_{yb}^2 - v_{ya}^2 - w_b x_b - w_a x_a] \vec{j}$$

$$\vec{v}_r^2 = v_{rx}^2 \vec{i} + v_{ry}^2 \vec{j}$$

Se denominará:

Velocidad de alejamiento:  $V_{rx}$ , perpendicular a las superficies de contacto. Será negativa antes del choque

Velocidad de arrastre:  $V_{ry}$ , paralela a dicha superficie. Puede ser positiva o negativa.

Definido el campo de velocidades en el momento del impacto se tiene que el impulso mecánico  $J$  es igual a la variación de la cantidad de movimiento:

$$P_x = M_b * [V_{xb} - v_{xb}] = -M_a [V_{xa} - v_{xa}]$$

$$P_y = M_b * [V_{yb} - v_{yb}] = -M_a [V_{ya} - v_{ya}]$$

y considerando la variación del momento de la cantidad de movimiento:

$$I_{za} [w_{a2} - w_{a1}] = J_x y_a - J_y x_a$$

$$I_{zb} [w_{b2} - w_{b1}] = J_x y_b - J_y x_b$$

Siendo  $I_{za}$  e  $I_{zb}$  los momentos de inercia de los vehículos a y b, respectivamente, respecto a los ejes OZ que contienen a su centro de gravedad.

Hasta este punto tenemos 8 ecuaciones y 10 incógnitas. Se definen a continuación 2 ecuaciones que gobiernan el impacto:

El valor del coeficiente de restitución viene dado por:

$$e = -\frac{V_{rx}}{v_{rx}} = \frac{\text{Post-impact}}{\text{Pre-impact}}$$

que controla la energía perdida en la dirección normal al impacto, y respecto a la dirección tangencial se tiene:

$$\lambda = \frac{P_y}{P_x}$$

Representando  $\lambda$  de nuevo un coeficiente de rozamiento en el contacto entre vehículos. El valor de  $\lambda$  es realmente difícil de valorar puesto que durante la colisión no se produce una superficie plana de contacto en la cual exista un cierto deslizamiento, sino una penetración o engranamiento de elementos de un vehículo en el otro. Desde otro punto de vista no es correcto hablar de coeficiente de rozamiento en sentido estricto. A esto debe añadirse que  $\lambda$  variará durante la colisión, por lo cual sólo cabe hablar de un valor medio representativo de la resistencia al movimiento relativo entre ellos en su "deslizamiento". El signo de  $\lambda$  coincide con el de

$$v_{rx}/v_{ry}$$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores se llega a la siguiente expresión:

$$J_x = -\frac{1+e}{A-\lambda B} v_{rx} \quad \text{en función de las velocidades de pre-impacto ó}$$

$$J_x = \frac{1+1/e}{A-\lambda B} V_{rx} \quad \text{en función de las velocidades de post-impacto.}$$

Con este conjunto de ecuaciones se puede proceder de las siguientes formas:

**Resolución del problema directo:**

Se parte de las velocidades iniciales de la colisión de ambos vehículos.

Calculamos velocidades relativas y el signo de  $\lambda$ .

Se obtiene el valor  $J_x = -\frac{1+e}{A-\lambda B} v_{rx}$ , asignando valores a los coeficientes definidos en el impacto, es decir, los coeficientes que controlan la energía perdida en las direcciones normales y tangenciales, “ e “ y “  $\lambda$  ”.

Se calculan las velocidades después del impacto.

**Resolución del problema inverso:**

Se *estiman* las velocidades finales de colisión a partir de datos de la post-colisión.

Calculamos velocidades relativas  $V_{r2}$  y el signo de  $\lambda$ .

Se obtiene el valor de  $J_x = -\frac{1+1/e}{A-\lambda B} V_{rx}$ , asignando valores a los coeficientes definidos en el impacto, es decir, los coeficientes que controlan la energía perdida en las direcciones normales y tangenciales, “ e “ y “  $\lambda$  ”.

Se obtienen las velocidades iniciales.

Nota: La estimación de “ e “ y de “  $\lambda$  ”, así como la posición del punto de impacto O, implica realizar una serie de hipótesis, junto con las necesarias para estimar las velocidades iniciales ó finales, con lo que la resolución del problema con resultados coherentes con los datos conocidos del accidente necesita de:

**TANTEO CON MODIFICACIÓN DE HIPÓTESIS.**

Por último, la energía cinética de ambos vehículos viene dada por:

$$E_c = \frac{1}{2} [M_a (v_{gxa}^2 + v_{gxb}^2) + M_b (v_{gxa}^2 + v_{gxb}^2) + I_{za} w_a^2 + I_{zb} w_b^2]$$

Particularizando la ecuación anterior, puede calcularse  $E_{c1}$  y  $E_{c2}$  y por diferencia,  $\Delta E_c$ .

Si se conocen las posiciones finales de los vehículos, se puede simplificar notablemente el problema para realizar estimaciones en una primera aproximación, calculando las velocidades finales de la colisión en base a las trayectorias seguidas por los vehículos finales y teniendo en cuenta otras informaciones como son: posibles bloqueos de ruedas, giro de los vehículos y velocidades residuales con las que pudieran producirse colisiones secundarias, etc.

Teniendo en cuenta lo anterior, si las velocidades al final de la colisión tiene valores  $V_{a2}$ ,  $V_{b2}$  y los ángulos que forman estos vectores con el eje de abscisas del sistema de referencia son  $\theta_{a2}$  y  $\theta_{b2}$ , la conservación de la cantidad de movimiento del sistema formado por ambos vehículos permiten formular:

$$M_a v_{a1} \cos \Theta_{a1} + M_b v_{b1} \cos \Theta_{b1} = M_a V_{a2} \cos \Theta_{a2} + M_b V_{b2} \cos \Theta_{b2}$$

$$M_a v_{a1} \text{sen} \Theta_{a1} + M_b v_{b1} \text{sen} \Theta_{b1} = M_a V_{a2} \text{sen} \Theta_{a2} + M_b V_{b2} \text{sen} \Theta_{b2}$$

De estas ecuaciones se pueden calcular las velocidades iniciales en función de las finales de la colisión, o viceversa, si podemos estimar una de ellas y los ángulos de las trayectorias pre y postcolisión.

Para estimar las velocidades finales de la colisión, sabiendo que un vehículo recorre en la postcolisión una distancia  $d$  y estimando un coeficiente de rozamiento  $\mu$  entre tipo de movimiento ( con más o menos derrape lateral), pueden utilizarse las expresiones simples:

$$V_2 = \sqrt{2gd\mu}$$



$$V_2 = \sqrt{2gd\mu + V_3}$$

según la velocidad, después de recorrer la distancia  $d$  sea 0 o  $V_3$  respectivamente.

En cuanto a los movimientos angulares post-colisión, siempre que se puedan conocer las velocidades iniciales de rotación, se podrán calcular las finales. Si denominamos  $l$  a la distancia media de cada rueda al centro de gravedad del vehículo y suponemos un rozamiento rueda / suelo en derrape  $\mu_d$ , el par que se opone al giro del vehículo sobre su eje OZ será:

$$M_z = mgl\mu$$

es decir, el momento que lleva el coche se disipa en energía en vencer la fuerza de rozamiento, y el ángulo de guiñada girado hasta detenerse, si no intervienen otras fuerzas, será:

$$\Psi_3 - \Psi_2 = \frac{I_z w_2^2}{2mgl\mu}$$

Las colisiones laterales y las frontales desviadas pueden formularse como casos particulares del caso general anterior.

Por último, y para establecer una similitud con las ecuaciones establecidas para impactos de partículas, se plantea continuación las ecuaciones de gobierno del momento del impacto en forma matricial.

$$\begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ m_1 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ m_1 \cdot dt_1 & -m_1 \cdot dn_1 & I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \cdot dt_2 & -m_2 \cdot dn_2 & I_2 \\ -1 & 0 & dt_1 & 1 & 0 & -dt_2 \\ \mu m_1 & -m_1 & 0 & -\mu m_2 & m_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} V_{1n} \\ V_{1t} \\ W_1 \\ V_{2n} \\ V_{2t} \\ W_2 \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ m_1 & 0 & 0 & m_2 & 0 & 0 \\ m_1 \cdot dt_1 & -m_1 \cdot dn_1 & I_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_2 \cdot dt_2 & -m_2 \cdot dn_2 & I_2 \\ e & 0 & -e \cdot dn_1 & -e & 0 & -e \cdot dt_2 \\ \mu m_1 & -m_1 & 0 & -\mu m_2 & m_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} v_{1n} \\ v_{1t} \\ w_1 \\ v_{2n} \\ v_{2t} \\ w_2 \end{Bmatrix}$$

El lado izquierdo de la igualdad representa las condiciones post-impacto, mientras que el lado derecho equivale a las condiciones pre-impacto, quedando una expresión a resolver de la siguiente forma:

$$Ax = b$$

Decir que estos resultados en forma matricial son los que se han utilizado para la programación del programa.

Un extracto del código del programa se presenta a continuación:

```
function [veloc_post_impact_nt]=modelo_impact_e_mu(V_pre_impact_nt,d1_tn,d2_tn,m1,I1,m2,I2,en,mu)
%Definimos los parametros a_1, b_1, a_2, b_2 de nuestro modelo.
dn1=d1_tn(2,1);
dt1=d1_tn(1,1);
dn2=d2_tn(2,1);
dt2=d2_tn(1,1);
a_b_12=[dt1 dn1;
        dt2  dn2];
save a_b_12
%Matriz acompaña vector vinicial
Ao=[m1 0 0 m2 0 0;
    0 m1 0 0 m2 0;
    m1*dt1 -m1*dn1 I1 0 0 0;
    0 0 0 m2*dt2 -m2*dn2 I2;
    en 0 -dt1*en -en 0 dt2*en;
    mu*m1 -m1 0 -mu*m2 m2 0];

%Matriz acompaña vector vfinal

A=[m1 0 0 m2 0 0;
   0 m1 0 0 m2 0;
   m1*dt1 -m1*dn1 I1 0 0 0;
   0 0 0 m2*dt2 -m2*dn2 I2;
   -1 0 dt1 1 0 -dt2;
   mu*m1 -m1 0 -mu*m2 m2 0]

%% A*V_post_impact=Ao*V_pre_impact
veloc_post_impact_nt=inv(A)*Ao*V_pre_impact_nt;
save V_pre_impact_nt
save veloc_post_impact_nt
```

## 4.7.1. DEFINICIÓN DE LAS SECUENCIAS CINEMÁTICAS

### 4.7.1.1. TERMINOLOGÍA

Se considera que el accidente puede ser dividido en tres fases: fase previa a la colisión (pre-colisión), fase de colisión (colisión) y fase posterior a la colisión (post-colisión).

Frente a esto, se denomina secuencia cinemática a una entidad espacio-temporal que se distingue de los instantes anterior y posterior por la modificación de al menos un parámetro cinemático, habitualmente la aceleración del vehículo.

Un modelo cinemático elemental bien definido debe estar asociado a una secuencia cinemática dada. Las secuencias cinemáticas más comunes, por orden de complejidad creciente, son las siguientes.

- Vehículo detenido
- Movimiento a velocidad constante.
- Movimiento acelerado (aceleración, o salida desde parado).
- Movimiento decelerado (frenado, reducción de velocidad ).
- Desplazamientos más complejos, como: circulación en curva, derrape lateral,...

Una secuencia puede estar compuesta de varios eventos. Así, por ejemplo, cuando un vehículo se aproxima a una intersección pueden ser distinguidos los siguientes eventos:

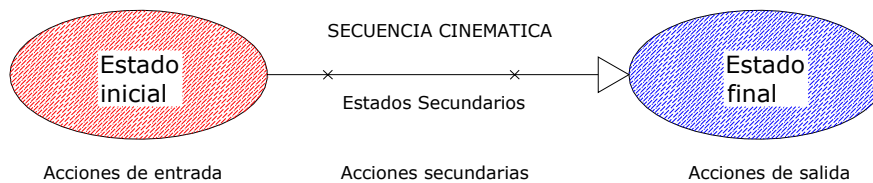
- El conductor circula a velocidad constante.
- Toma información de la intersección.
- Percibe otro vehículo que se incorpora a su vía.
- Decide iniciar una maniobra de frenado de emergencia.
- Ejecuta esta maniobra.

Los extremos de una secuencia cinemática se denominan estados primarios de dicha secuencia. Un estado primario corresponde con un instante característico en la cronología del accidente, generalmente asociado a una discontinuidad en la evolución de la aceleración del vehículo, de manera que:

- Están asociados, normalmente, a una discontinuidad en la aceleración del vehículo.
- El estado final de una secuencia se corresponde con el estado inicial de la siguiente.

Frente a los anteriores, los estados secundarios corresponden con instantes de modificación de ciertos parámetros cinemáticos en el interior de la secuencia. De este modo, definen acciones transitorias dentro de la secuencia cinemática.

Un esquema de los estados anteriormente definidos se presenta en la siguiente figura:



#### 4.7.1.2. DEFINICIÓN DE SECUENCIAS

El proceso de definición de las secuencias cinemáticas implica las acciones listadas seguidamente:

- Recogida de hechos destacables de cada uno de los implicados, desde las condiciones iniciales hasta la posición final
- Listar la sucesión de eventos de los vehículos implicados, a partir de las evidencias del escenario
- Análisis inicial cualitativo: las evidencias no definen con precisión cada una de las secuencias cinemáticas.
- Formulación de las distintas hipótesis de trabajo

- Número elevado en accidentes complejos. Por ejemplo, varios vehículos implicados, sin marcas sobre la calzada.

#### 4.7.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA CINEMÁTICO

La resolución del problema cinemático implica la asociación de modelos cinemáticos sencillos a cada una de las secuencias cinemáticas previamente definidas. Así, en las distintas fases del accidente puede distinguirse lo siguiente:

- FASES PRE-COLISIÓN Y POST-COLISIÓN: seguidamente, se presenta las secuencias más comunes.
  - Velocidad constante
  - Movimiento uniformemente decelerado (deceleración constante)
  - Movimiento uniformemente acelerado (aceleración constante)
  - Movimiento circular
  - Deslizamiento longitudinal / transversal asociado a marcas en la calzada.
- FASE DE COLISIÓN:
  - La etapa inicial consiste en la configuración exacta de la/s colisión/es.
    - Definición del instante previo a la colisión
    - Definición de las deformaciones, como ayuda al instante inmediatamente posterior a la colisión.
  - Es muy importante la precisión en las direcciones de los vectores velocidad justo antes y después de la colisión.

En esta fase, sólo se considera lo ocurrido inmediatamente antes y después de la colisión, sin tener en cuenta lo ocurrido “ durante la colisión “.

#### **4.7.3. INADECUACIÓN DEL CÁLCULO DE LA VELOCIDAD DE LOS VEHÍCULOS EN EL MOMENTO DEL IMPACTO EN BASE AL PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA CANTIDAD DE MOVIMIENTO.**

De igual manera que se utilizan habitualmente modelos para el cálculo de las velocidades de los vehículos inmediatamente después de un choque, es muy usual la aplicación indiscriminada del principio de conservación de la cantidad de movimiento para, partiendo de las velocidades de los vehículos después del choque, calcular las velocidades de los mismos en el instante antes del choque.

La realización del análisis de una colisión bajo el enfoque clásico del principio de conservación de cantidad de movimiento, supone la adopción de una serie de hipótesis simplificadoras que deben ser tenidas muy en cuenta, ya que en ocasiones imposibilitan dicho análisis. Al aplicar únicamente el citado principio al análisis de la colisión de dos sólidos, se están asumiendo las siguientes hipótesis simplificadoras:

1. Se considera a los sólidos que intervienen en el choque o colisión como masas puntuales, es decir, con la totalidad de su masa centrada en un punto, despreciando las propiedades inerciales de dichos sólidos. Se asume por tanto que la colisión es centrada, con la línea de actuación de las fuerzas generadas por el impacto pasando por el centro de gravedad de los sólidos.
2. El análisis del choque se realiza únicamente desde el punto de vista de lo que ocurre inmediatamente antes del mismo e inmediatamente después, suponiendo que durante el mismo:

- Las únicas fuerzas que actúan sobre las masas son las generadas por el impacto.
- Existen grandes fuerzas generadas por el impacto aplicadas puntualmente.
- Las masas sufren cambios de velocidad finito
- Las masas sufren desplazamientos infinitesimales
- La duración del impacto es corta.

#### **4.7.4. REPRESENTACIONES GRÁFICAS**

En el documento de análisis de reconstrucción es necesario incluir una serie de representaciones gráficas del suceso, con el objetivo que nos sirvan para:

- Referirnos a determinados datos del escenario.
- Documentar forma e intensidad de los daños, restos o huellas.
- Mostrar visualmente las sucesivas posiciones en el tiempo y en el espacio, de los vehículos
- Visualizar trayectorias, ángulos de colisión, etc...

Estos gráficos suelen estar concretados generalmente en los siguientes:

- Croquis del Instructor (a escala)
- Esquema de los vectores velocidad de entrada y salida en la colisión, para cada vehículo, referidos a los ejes de la vía (con medición de ángulos).
- Dibujos de trayectorias específicas (curvas, giros, incorporaciones) siempre a escala y/o incluso maquetadas.
- Gráficos espacios-tiempos para los dos vehículos.

- Estos gráficos son uno de espacios y otro de tiempos, en correspondencia.
- Al tomar un origen de tiempos y espacios único para los dos vehículos y un final, punto de colisión, permite relacionar las posiciones relativas y los instantes de las mismas, en los dos vehículos.

El gráfico e-t, resulta imprescindible para evidenciar aspectos clave de la colisión, de duración de maniobras, frenadas, apercibimientos y reacciones de conductores, etc... Permite evidenciar situaciones no reales del suceso, que defienden los propios conductores, testigos o incluso Letrados, de forma muy rápida y explícita para el Juez.

Es también un instrumento clave del Ingeniero Reconstructor para “encajar las piezas del puzzle”, es decir, obtener la compatibilidad de los cálculos con la realidad o mostrar los aspectos equivocados de la Reconstrucción.

Es adecuado para aproximar los rangos de velocidades calculadas e incluso obtener evidencias respecto a datos iniciales equivocados, etc.,...

Las FOTOGRAFÍAS aportan en el análisis de Reconstrucción son de varios tipos:

- De daños y deformaciones de los vehículos (No realizadas por el Ingeniero Reconstructor, salvo contadas ocasiones).
- Del escenario del accidente, en especial alcances de visibilidad, ángulos de visión en salidas, etc.
- De correspondencia de daños en uno y otro vehículo, especialmente en casos de enganches de apero de tractor con vehículos (Realizadas a posteriori, junto con un análisis dimensional)..



PLANOS TOPOGRÁFICOS levantados por iniciativa nuestra. Es poco frecuente pero posible tener que efectuar planos del escenario con objeto de documentar distancias reales, que no son posibles situar en el croquis del Instructor, por diversas razones: croquis inexistente, mal dibujado, escala no concordante, etc.

Al efectuar un plano de éste tipo, da un nuevo toque de formalidad a la Reconstrucción, respecto a la posible apreciación del Juez, en no escatimar medios para hacer el trabajo correctamente.

Aunque no dentro del Documento, sí acompañado al mismo, se están realizando grabaciones de VIDEO que reproducen, con limitaciones expresas de seguridad respecto a la situación real ocurrida, los aspectos obtenidos en el análisis, a través de los cálculos. Ofrecen una alternativa visual muy interesantes y deben ser siempre cuidadosamente comentados junto con las imágenes y las balizas que aparecen para marcar posiciones relevantes en el escenario. Sirven muy bien para completar visualmente los Diagramas e-t.

### GRÁFICOS CAD

Se utilizan para representar posiciones (fotogramas) de los Diagramas e-t, en vez de efectuar dibujos aclaratorios de forma manual. Tienen la ventaja de su riqueza de colores y dibujos complementarios y su fácil comprensión.

Naturalmente si no representan posiciones y momentos relevantes y bien calculados, su utilización es poco útil o incluso realza los posibles defectos de la Reconstrucción.

## **4.8. RECONSTRUCCIÓN DE ATROPELLOS**

### **4.8.1. INTRODUCCIÓN**

Los atropellos son un problema fundamental de las ciudades, donde conviven un gran número de peatones y vehículos. En los últimos años se está haciendo un gran esfuerzo por un lado para tratar de disminuir la ocurrencia de este tipo de accidentes, y por otro para disminuir las lesiones de los peatones que los sufren. Un objetivo importante en el estudio de los impactos vehículo-peatón es la evaluación de la velocidad de impacto del vehículo.

El problema que surge inmediatamente al tratar de presentar un método para reconstruir los accidentes de atropello es la gran cantidad de factores que influyen, por parte del vehículo y por parte del peatón.

El factor principal relacionado con el vehículo es la forma y la altura del frontal, mientras que el peatón es más complicado, ya que se trata de un sistema articulado, flexible y blando (aunque el esqueleto proporciona cierta rigidez). Se puede decir que existe mucha variedad de alturas y formas de partes frontales de vehículos, y también de alturas, pesos y formas de peatones, y por supuesto, de formas de impacto entre ambos.

### **4.8.2. PRINCIPIOS BÁSICOS**

Para determinar analíticamente la velocidad de impacto entre el vehículo y el peatón, primero es preciso obtener información en el escenario del accidente. El examen del lugar podrá revelar la posición del impacto y las posiciones finales tanto del vehículo como del peatón. Además, las huellas sobre la infraestructura podrán revelar la trayectoria del vehículo antes y después de la colisión. La deformación del vehículo y los restos de telas o los restos orgánicos sobre la calzada sirven para estimar la trayectoria del peatón tras el impacto. Por tanto el daño en el vehículo, las lesiones del peatón y la distancia de proyección son los primeros factores a tener en cuenta cuando se va a investigar un accidente de atropello.

### **4.8.3. CLASIFICACIÓN DE LOS VEHÍCULOS**

Un factor muy importante a tener en cuenta a la hora de estudiar un accidente de atropello es la forma del vehículo, ya que va a determinar en gran medida la trayectoria de poscolisión del peatón. El factor fundamental que se debe analizar es la altura del suelo a la parte superior del frontal del vehículo (altura del frontal). Los perfiles frontales se clasifican en tres categorías:

- Frontal plano: El frontal del vehículo es plano y casi vertical. El borde superior está por encima de 1.05 metros (altura del centro de gravedad de un varón percentil 50)
- Frontal alto: El borde superior del frontal del vehículo está a una altura de entre 0.55 y 1.05 metros (alturas de las rodillas y del centro de gravedad de un varón percentil 50).
- Frontal bajo: El borde superior del frontal del vehículo está a una altura inferior a 0.55 metros.

### **4.8.4. CLASIFICACIÓN DE LAS TRAYECTORIAS POSCOLISIÓN DE LOS PEATONES**

Para determinar la velocidad de impacto del vehículo a partir de las evidencias del escenario, es importante comprender la cinemática del peatón atropellado. Los tipos principales de trayectorias son: transporte, proyección, volteo sobre el parachoques, volteo sobre el techo o vuelta campana. Para simplificar la descripción sólo se van a analizar el transporte y la proyección, aunque también se comentará algo de volteo.

#### **4.8.4.1. TRAYECTORIA DE TRANSPORTE**

En una trayectoria de transporte, el peatón es proyectado hacia delante del vehículo, y por tanto el centro de gravedad del peatón se mantiene por delante del vehículo. Esto se produce cuando el borde superior del frontal del

vehículo es superior al centro de gravedad del peatón. Aunque la parte superior del torso o la cabeza roten alrededor del frontal del vehículo, sigue siendo un transporte si el centro de gravedad del peatón se encuentra por delante del vehículo.

Cuando el peatón contacta con la parte frontal del vehículo, es acelerado en dirección de la marcha del último. Debido a que la altura del frontal es superior a la del centro de gravedad del peatón, éste fundamentalmente será lanzado en dirección horizontal.

La característica principal de este tipo de accidentes es que existe un único impacto.

Este tipo de accidentes es típico de:

- Vehículos industriales con frontal aproximadamente vertical
- Atropellos a niños de baja estatura
- Cuando el vehículo está acelerando en el momento de producirse el atropello

#### **4.8.4.2. TRAYECTORIA DE PROYECCIÓN**

En una trayectoria de proyección, el borde superior del frontal del vehículo está a la altura del centro de gravedad o inferior a ésta. Durante la colisión, el centro de gravedad del peatón se desplaza y / o gira sobre el vehículo.

Tras el contacto inicial, el peatón es acelerado hacia delante, y empieza a rotar alrededor de la parte frontal del vehículo. Mientras el vehículo sigue avanzando, el peatón se desplaza hacia atrás con relación al vehículo, pero continúa acelerándose hacia delante respecto al suelo. Si el peatón no se ha movido fuera del lateral del vehículo, entonces se producirá un segundo impacto, que suele consistir en un contacto entre la cabeza y el capó o el parabrisas del vehículo. Si el vehículo empieza a decelerar durante la colisión, el peatón normalmente comenzará a separarse (esto es, se moverá hacia

delante, según el sentido de la marcha del vehículo) tras el segundo impacto. Esta separación es debida a que la velocidad del peatón supera a la del vehículo que está decelerando. Entonces, el peatón será lanzado a una velocidad menor que la velocidad inicial de impacto del vehículo. La característica fundamental es que existen 2 impactos del peatón con el vehículo.

Un vehículo debe decelerar para que exista una proyección hacia delante tras una fase de proyección. El movimiento hacia delante del peatón será un lanzamiento con un cierto ángulo respecto a la horizontal. Después del lanzamiento por el aire, el peatón impacta con el suelo y finalmente cae / desliza hasta la posición final. Si el ángulo de lanzamiento del peatón es cero, entonces no existe componente de velocidad vertical al inicio; el peatón es lanzado directamente hacia delante antes de impactar con el suelo y caer/deslizar hasta su posición final.

#### **4.8.4.3. TRAYECTORIA DE VOLTEO**

En algunos casos puede contactar cerca de la esquina del vehículo o el peatón puede estar desplazándose rápidamente. En éstas condiciones en una trayectoria de volteo pueden provocar un único impacto con el vehículo. Tras ser golpeado, el peatón puede elevarse por encima del capó y salir del lateral del vehículo antes de golpear con el parabrisas, esta trayectoria es conocida como volteo sobre el parachoques. Es difícil estudiar este tipo de atropellos ya que hay muy pocos datos referentes a ellos y por tanto, no vamos a estudiarlos.

Se adjunta a continuación una imagen de este tipo de impactos.

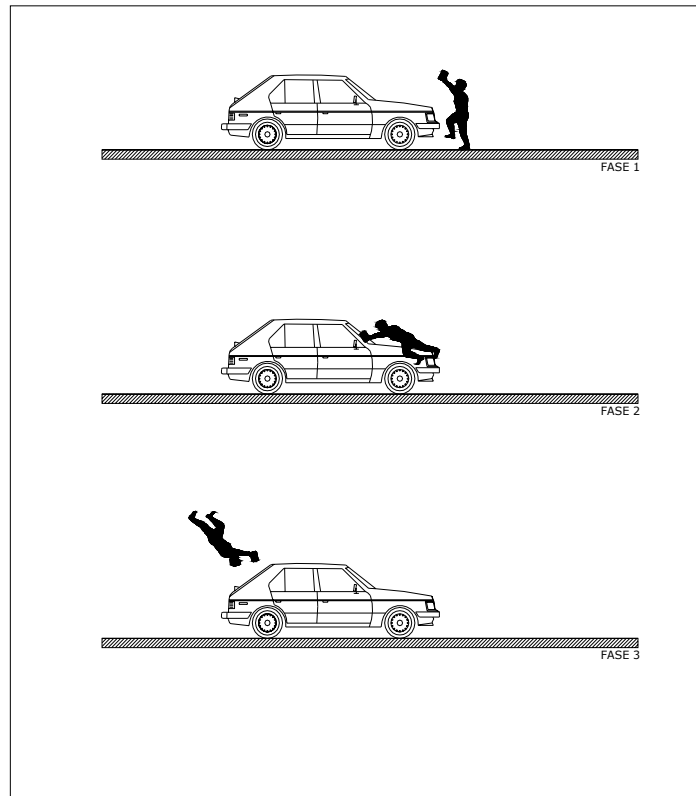


Fig .- Trayectoria de proyección en atropellos, volteo.

#### 4.8.4.4. FACTORES QUE INFLUYEN EN LA DINÁMICA DE LOS ATROPELLOS

En este apartado previo a la estimación de las velocidades de impacto, se van a estudiar algunos factores que influyen en la dinámica de los accidentes de atropello: la eficacia de la proyección, la resistencia del aire y el arrastre sobre el suelo

##### 4.8.4.4.1. EFICACIA DE LA PROYECCIÓN

Los modelos matemáticos típicos de peatones calculan la velocidad de proyección del peatón ( $V_p$ ) (la velocidad a la cual el peatón abandona el vehículo). Para determinar la velocidad de impacto del vehículo a partir de la velocidad de proyección del peatón, es necesario conocer el valor de la eficacia de la proyección. De las leyes de la física, sabemos que la velocidad de

impacto del vehículo  $V_v$  deber ser mayor que la velocidad de proyección del peatón  $V_p$ . La eficacia de la proyección se define como:

$$\text{Eficacia de la proyección} = \frac{V_p}{V_v} * 100\%$$

El perfil frontal del vehículo afecta significativamente a la trayectoria post-impacto . Es por esto que la eficacia de la proyección será analizada en los casos de transporte y proyección.

#### ➤ EFICACIA DE LA PROYECCIÓN EN LOS CASOS DE TRANSPORTE

Se supone que la velocidad inicial del peatón en la dirección de movimiento del vehículo es despreciable. En este caso, es posible usar el teorema de conservación de la cantidad de movimiento para calcular la relación entre la velocidad de impacto del vehículo y la de proyección del peatón. Durante el tiempo de contacto, se suponen despreciables las fuerzas de rozamiento en los zapatos del peatón y neumáticos con el suelo. Teniendo en cuenta todas estas hipótesis, obtenemos una ecuación que permite estimar la eficacia de la proyección en accidentes con transporte:

$$\text{Eficacia de la proyección} = \frac{m_p}{m_p + m_v} * 100\%$$

La eficacia de la proyección se acercará al 100 % cuando la masa del vehículo sea significativamente más importante que la del peatón. Los valores normales alrededor de los cuales se mueve la eficacia para una proyección frontal se encuentran entre el 80 % y el 100 %, dependiendo de la relación de masa vehículo-peatón, aunque para valores de pesos estándar de vehículos y peatones está en torno al 94 %

#### ➤ EFICACIA DE LA PROYECCIÓN EN LOS CASOS DE TRAYECTORIA DE PROYECCIÓN

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento ha sido empleada para estimar la eficacia de proyección en los casos de transporte.

Este teorema también puede ser empleado en los casos de proyección, siempre que se produzca un único contacto entre el peatón y el vehículo ( tal es el caso de volteo sobre el parachoques).

Wood estableció unos valores de eficacia de proyección para volteo sobre parachoques (un solo contacto) que dependen de la diferencia de alturas entre la altura del centro de gravedad de un varón percentil 50 y el borde delantero superior del capó. Pero estos valores de eficacia relacionan la componente horizontal de la velocidad de proyección del peatón con la velocidad de impacto del vehículo.

<b>Altura del centro de gravedad del peatón sobre el capó</b>	<b>Eficacia de proyección mínima</b>
0.1	89 %
0.2	76%
0.3	61%
0.4	48%
0.5	38%
0.6	30%
0.7	23%

Existen ecuaciones que permiten estimar la eficacia de la colisión en aquellos accidentes de proyección en los cuales hay un segundo impacto, pero se necesita información de la geometría del vehículo, puntos de contacto y medidas del peatón y extensión de la rotación del peatón. Además, existen numerosas incertidumbres asociadas con ciertas variables, por lo que no resultan útiles para comparar de forma directa la velocidad de proyección de peatón con la velocidad de impacto del vehículo.



Eubanks presenta una relación para calcular la eficacia de la proyección en trayectorias de proyección, basada en las alturas de los centros de gravedad del peatón ( $h_p$ ) y la altura del borde superior externo del frontal del vehículo ( $h_v$ ):

$$\text{Eficacia de la proyección} = \frac{h_v}{h_p} * 100\%$$

Finalmente, se va a presentar un rango de valores para la eficacia de la proyección en accidentes con proyección. Un peatón alto impactado por un vehículo de frontal bajo presenta un valor de eficacia de proyección entre el 50 % y el 60 %, mientras que un peatón impactado por un vehículo de frontal alto justo por debajo del centro de gravedad del propio peatón presenta un valor del 90-95 %. Por tanto, un vehículo con una altura del frontal entre los dos extremos indicados anteriormente probablemente provocará una eficacia entre el 60 y el 90%.

#### 4.8.4.4.2.RESISTENCIA DEL AIRE

Cuando un peatón es lanzado por el aire, hay cierta pérdida de velocidad debido a la resistencia que presenta el aire por el que se mueve el peatón. La mecánica de fluidos indica que el coeficiente de resistencia es directamente proporcional a la velocidad relativa entre el cuerpo y el fluido.

Es un parámetro que suele ser ignorado al evaluar la velocidad de proyección del peatón a partir de la distancia de proyección. Collins indica que es un factor que puede no ser tenido en cuenta cuando la velocidad de proyección es inferior a 40 km/h. Además presenta una tabla de factores para corregir la pérdida de velocidad propiciada por la resistencia al aire. Esta tabla depende de la altura máxima que alcanza el peatón en su volteo por el aire. El valor de corrección en velocidad debe ser añadido al valor de proyección del peatón calculada por cualquier otro método.

Velocidad de proyección del peatón calculada (km/h)	Factor de corrección	
	Altura máxima de trayectoria de 1,5 m	Altura máxima de trayectoria de 2,1 m
40	5	5
48	6	8
56	8	10
64	10	13
72	13	16
80	16	21

**Tabla 1.-** Factores de corrección a la velocidad de proyección por la resistencia del aire

#### 4.8.4.4.3. ARRASTRE SOBRE EL SUELO

El arrastre sobre el suelo aparece en casi todos los modelos matemáticos que evalúan la cinemática del movimiento del peatón en el post-impacto.

La ley de rozamiento se puede expresar como:

$$a = \mu \cdot g$$

y relaciona la deceleración que sufre un cuerpo cuando desliza sobre una superficie y con un coeficiente de adherencia entre el cuerpo y la superficie de valor  $\mu$ .

Si la geometría del cuerpo o las condiciones dinámicas no facilitan un deslizamiento puro por la superficie (por ejemplo si el peatón rebota), entonces existirán diferentes tramos de deceleración a lo largo de toda la trayectoria. Estos diferentes valores de la deceleración provocarán un valor de la deceleración media que diferirá de aquella que se obtiene considerando deslizamiento puro. Por tanto, para tener en cuenta estas circunstancias, se emplea un “*factor de arrastre*” o “*fricción efectiva*” en vez del coeficiente de fricción entre las superficies. Está claro que si el cuerpo desliza sobre la superficie, el factor de arrastre será igual al coeficiente de fricción.

Dependiendo de la fuente que se consulte, aparecen diferentes métodos para tener en cuenta este factor de arrastre. Estos factores se pueden clasificar en:

1. Coeficiente de fricción (de deslizamiento) entre peatón y suelo
2. Factor de arrastre en rebote para peatón proyectado, que es el factor de arrastre efectivo desde que el peatón golpe por primera vez el suelo hasta su posición final.
3. Factor de arrastre medio para la trayectoria completa del peatón proyectado, que es el factor de arrastre efectivo desde el punto de impacto hasta la posición final.

La siguiente tabla muestra diferentes valores del factor de arrastre categorizados de acuerdo con la clasificación mostrada en los tres puntos anteriores.

Fuente	Trayectoria	Factor de arrastre	Notas
Schmidt	Deslizamiento	0,7	Objeto en plano horizontal
Fricke	Deslizamiento	0,45-0,7 0,45-0,6 0,4-0,65	Césped seco Asfalto seco Cemento seco
Wood	Deslizamiento	0,43-0,69	Modelo matemático basado en velocidad de proyección de peatón horizontal en colisión frontal (asumiendo que la velocidad de proyección horizontal del peatón es similar a la de impacto del vehículo)
Word	Deslizamiento	0,43-0,53 0,5-0,72	Superficie húmeda Superficie seca
Schneider	Rebote	0,82-1,02	Peatón vestido sobre asfalto
Collins	Rebote	0,8-1,2	Peatón lanzado desde motocicleta
Haight	Rebote	0,8-1,22	Peatón lanzado desde bicicleta
Eubanks	Rebote	0,8-1,2	
Searle	Rebote	0,7	Muñeco en carretera seca
Bratten	Trayectoria completa	0,66	Peatón vestido sobre asfalto mojado/seco
		0,79	Peatón vestido sobre césped mojado/seco
Bratten	Trayectoria completa	0,5	
Haight	Trayectoria completa	0,41-0,7	

Fuente	Trayectoria	Factor de arrastre	Notas
Szydlowski	Trayectoria completa	0,42-0,63	Vehículos frontal alto
		0,40-0,73	Vehículos frontal bajo
Wood	Trayectoria completa	0,4-0,75	Distancias referencias
		0,52-0,67	
		0,4-0,74	
		0,37-0,51	

**Tabla 2.-** Factores de arrastre para peatones.

Se observa que el factor de arrastre es superior en aquellos accidentes donde el peatón rebota sobre el suelo frente al deslizamiento sobre una superficie. Esto es debido a que el peatón pierde más velocidad al rebotar tras ser proyectado.

En general se puede usar un factor de arrastre sobre el suelo con valores entre 0.4 y 0.8.

#### 4.8.4.5. MÉTODOS PARA ESTIMAR LA VELOCIDAD DE IMPACTO

A continuación se van a presentar diferentes métodos para estimar la velocidad de impacto del vehículo con el peatón.

##### 4.8.4.5.1. ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DE IMPACTO A PARTIR DE LOS DAÑOS EN EL VEHÍCULO

Existen numerosos estudios que permiten estimar la velocidad de impacto del vehículo a partir de los daños sufridos por éste, en cada uno de los casos de trayectoria post-colisión experimentada por el peatón: transporte y proyección.

##### ➤ DAÑO AL VEHÍCULO EN TRAYECTORIA DE TRANSPORTE

La siguiente tabla resume el daño esperado para un vehículo que frena y que impacta a un adulto o a un niño que sufre una trayectoria de transporte.

En los transportes, usualmente el daño está aislado, extendiéndose hasta aproximadamente la mitad del capó. Debido a la extensión limitada del daño en el vehículo, es más difícil estimar una velocidad de impacto a partir del daño en el vehículo en el caso de transporte. Sin embargo, es esperable que a medida que crece la velocidad, crezca simultáneamente la extensión de la deformación.

Velocidad de impacto aproximada	Daño general sufrido por el vehículo
<20 km/h	Marcas limpias sobre la superficie
35 km/h	Borde delantero del capó abollado, deformación en el frontal del vehículo
60 km/h	Mitad del capó abollado

**Tabla 3.-** Relación entre la velocidad de impacto y el daño general sufrido por el vehículo en trayectorias de transporte.

➤ DAÑO AL VEHÍCULO EN UNA PROYECCIÓN

La siguiente tabla resume el daño esperado en vehículos con frontal alto o bajo tanto si frenan como si no y que provocan una proyección de los peatones.

Los datos de trayectoria con proyección revelan que el indicador principal de la velocidad de impacto del vehículo es la localización del segundo impacto de la cabeza. En trayectorias con proyección, la cabeza del peatón adulto contactará típicamente con el vehículo en algún lugar entre el capó y el marco superior del parabrisas. En impactos con vehículos de frontal bajo, la cabeza de un peatón adulto de altura media contactará con la parte inferior del parabrisas a una velocidad de impacto de alrededor de 40 km/h. Si un peatón es golpeado cerca del centro de gravedad, entonces se necesita una velocidad de impacto de 60 km/h para que golpee la cabeza con la parte inferior del parabrisas. El impacto de la cabeza de un peatón con el techo se hace más probable a velocidades de impacto de 60 km/h y superiores. Además, una deformación significativa del panel del techo se producirá probablemente a velocidades superiores a los 70km/h.

Para trayectorias de proyección, si el peatón golpeado es mucho más alto o bajo que la media, entonces el daño esperado en el vehículo diferirá del

que aparece en la siguiente tabla. Por ejemplo, un peatón de baja estatura puede no impactar con el parabrisas a la misma altura a la que lo haría una persona de altura media. La longitud del capó del vehículo también afecta a la extensión del movimiento del peatón sobre la superficie frontal del vehículo. Si un vehículo tiene un capó mucho más corto que el típico turismo familiar ( por ejemplo, un compacto), entonces es esperable que el peatón impacte en una zona del turismo más trasera que aquella que aparece en la siguiente tabla.

Velocidad de impacto aproximada	Daño general sufrido por el vehículo
<20 km/h	Marcas limpias sobre la superficie
25 km/h	<p>Contacto de la cabeza cerca de borde inferior de parabrisas cuando el centro de gravedad del peatón se encuentra a 60 cm por encima del anclaje del parachoques del vehículo (para vehículos de frontal bajo) ó contacto de la cabeza hacia la mitad del capó para vehículos y peatones de dimensiones estándar</p> <p>Contacto del cuerpo con el techo cuando está a 85 cm por encima del anclaje del parachoques del vehículo(para vehículos de frontal bajo)</p>
25 a 40 km/h	Contacto de la cabeza cerca de la parte posterior del capó, deformación ligera de la chapa
40 km/h	Contacto de la cabeza cerca de la parte inferior del parabrisas para impactos que se producen a una altura significativamente más baja (50 cm) que el centro de gravedad del peatón (por ejemplo, el impacto de un vehículo de frontal bajo que frena)
40 a 50km/h	Abolladuras claramente definidas en la chapa del vehículo
50 km/h	<p>Contacto de la cabeza cerca de la parte inferior del parabrisas cuando el centro de gravedad del peatón está a 40cm por encima del anclaje del parachoques del vehículo (para vehículos de frontal bajo).</p> <p>Contacto del cuerpo con el techo cuando el centro de gravedad del peatón se encuentra a 60 cm por encima del anclaje del parachoques del vehículo ( para vehículos de frontal bajo)</p>
50 a 55 km/h	Contacto de la cabeza cerca de la mitad del parabrisas para vehículos de frontal bajo que frenan
60 km/h	Contacto de la cabeza cerca del borde inferior del parabrisas cuando el borde superior del frontal del vehículo está a una altura aproximada a la del centro de gravedad del peatón
70 km/h	Contacto de la cabeza cerca del arco superior del parabrisas, deformación significativada de la chapa
80 km/h	Contacto de la pelvis con el techo, deformación del techo (vehículo que no frena)

**Tabla 4.- Relación entre la velocidad de impacto y el daño general sufrido por el vehículo en trayectorias de proyección.**

➤ RESUMEN DE LOS DAÑOS EN EL VEHÍCULO

Los datos vistos sólo incluyen colisiones que tienen una velocidad de impacto de hasta 80 km/h. Por tanto, las tendencias presentadas de daño en vehículo sólo pueden emplearse para velocidades de impacto de hasta 80 km/h. Los rangos de velocidad presentados en las tablas anteriores no son precisos, pero se pueden emplear para estimar una velocidad aproximada de impacto, ya que están basados en colisiones reales. Para velocidades superiores a los 60 km/h los resultados son más inciertos, ya que existe menos información disponible.

4.8.4.5.2. ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DE IMPACTO A PARTIR DE LAS LESIONES DE LOS PEATONES

Las lesiones sufridas por los peatones en atropellos se pueden emplear para ayudar a la reconstrucción.

El objetivo de varios estudios ha sido relacionar las lesiones específicas sufridas por peatones golpeados con los rangos de velocidad de impacto más probables. Desafortunadamente, no se han encontrado tendencias claras que relacionen lesiones con velocidades de impacto.

Sin embargo, sí se pueden extraer conclusiones básicas en este tema:

- La severidad de las lesiones se incrementan con la velocidad de impacto.
- El impacto inicial peatón-vehículo es más severo que el posterior peatón-suelo
- Los más jóvenes y los más mayores son los que tienen más posibilidades de salir más graves.

Otros factores que influyen en las lesiones producidas a los peatones, además de la velocidad de impacto, son las características del propio peatón y las

características estructurales del vehículo. Aunque no existen relaciones específicas entre velocidad de impacto y lesiones, si que se pueden sacar unas tendencias generales, mostradas en la siguiente tabla:

Velocidad de impacto aproximada	Descripción general de las lesiones (valorada subjetivamente)
<20 a 25 km/h	Lesiones menores
30 a 50 km/h	Lesiones moderadas a importantes, que sin embargo no son fatales
> 55km/h	Lesiones severas que suelen ser fatales

**Tabla 5.-** Relación entre la velocidad de impacto y una descripción general de las lesiones (valoradas subjetivamente).

Estas tendencias de lesiones son muy genéricas y proporcionan sólo una estimación aproximada de la velocidad de impacto. Dependiendo de las circunstancias específicas del impacto y de la geometría del vehículo, lesiones severas (fracturas de huesos) pueden producirse a velocidades relativamente bajas ( 20 km/h), y también es posible que un peatón implicado en accidentes a alta velocidad resulte con lesiones menores. Los datos de lesiones son insuficientes para estimar con precisión la velocidad de impacto, sin embargo, sí pueden servir de apoyo para otras técnicas.

#### 4.8.4.5.3. ESTIMACIÓN DE LA VELOCIDAD DE IMPACTO A PARTIR DE LA DISTANCIA DE PROYECCIÓN

Existen numerosas ecuaciones que permiten estimar la velocidad de impacto o la velocidad de proyección del peatón a partir del dato de la distancia de proyección. Sin embargo, excepto en casos muy concretos, estas ecuaciones necesitan de otros datos que pueden no estar disponibles a la hora de hacer la reconstrucción.

#### 4.8.5. ANÁLISIS MATEMÁTICO DE IMPACTO VEHÍCULO-PEATÓN

Como ya se ha comentado anteriormente existen numerosas expresiones empíricas obtenidas de pruebas. En algunos casos la reconstrucción de accidentes requiere de un estudio más profundo. Aunque el

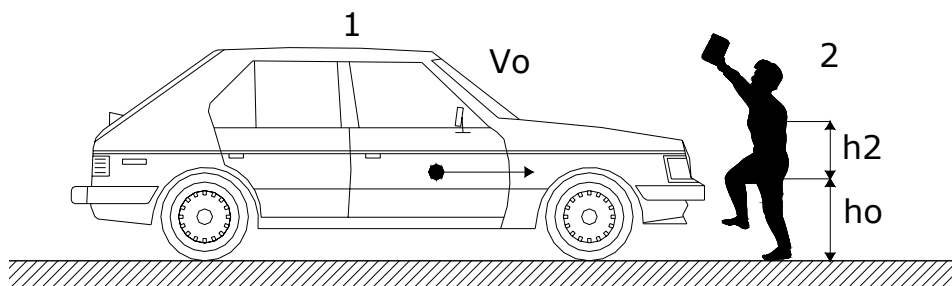


modelo matemático puede complicarse, algunos parámetros de colisión deben estar siempre presente.

El modelo básico que subyace en este tipo de accidentes puede ilustrarse en la siguiente imagen. El peatón es idealizado como un cuerpo rígido. Los siguientes datos están disponibles:

- $m_1$ = masa del coche, Kg
- $m_2$ = masa del peatón, Kg
- $I_2$ = Inercia del peatón,  $\text{Kgm}^2$
- $h_o$ = punto de contacto, m
- $h_2$ = altura del centro de gravedad,m.
- $V_o$ = velocidad de impacto, m/s
- $e$ = coeficiente de restitución

Nuestro objetivo es computerizar la velocidad horizontal del coche y peatón, así como la velocidad angular del peatón después del impacto.



La solución al problema parte de aplicar la ecuaciones de impulso al sistema vehículo-peatón.

$$1. \quad m_1 (V_{12x} - V_o) = -P$$

$$2. m_2(V_{22x} - V_{21x}) = P$$

$$3. I_2(w_{22y} - w_{21y}) = P*(h_2 - h_o)$$

$$4. e = -\frac{V_{12x} - (V_{22x} + w_{22y}(h_2 - h_o))}{V_o - 0}$$

Tenemos cuatro ecuaciones y 4 incógnitas. La solución es la siguiente:

$$\text{Impulso } I = \frac{(1+e)m_2V_o}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) + \frac{m_2(h_2 - h_o)^2}{I_2}}$$

Obtenido el impulso, las otras incógnitas se obtienen sin más que sustituir esta expresión.

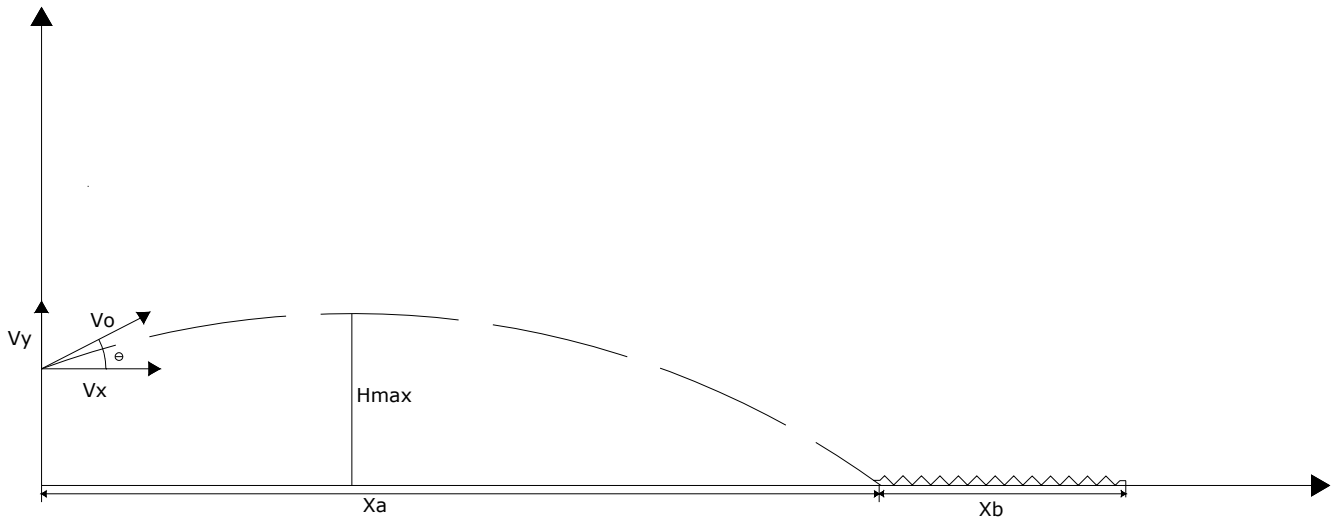
Para facilidad de cálculo, se desarrolla en el presente proyecto la siguiente herramienta para facilidad de resolución del problema matemático

The screenshot shows a software application window titled "tiropar\_230305". The main content area is titled "CALCULADORA DE ACCIDENTES VEHICULO-PEATON". It is organized into three input sections:

- DATOS DE ENTRADA:**
  - Masa vehiculo:  Kgr
  - Velocidad:  Km/h
  - Masa persona:  Kgr
  - Altura de impacto:  Metros
  - Altura del C.G.:  Metros
  - Inercia peaton:  Kgr\*m2
  - Restitucion:
  - Angulo salida:  Grados
  - Tiempo caida:  seg
  - rozamiento peaton:
  - rozamiento coche:
- DATOS DE POST-IMPACTO:**
  - Velocidad Coche:  Km/h
  - Impacto:  Kg m/s
  - Velocidad peaton:  Km/h
  - Velocidad angular:  rad/s
- DATOS DE CAIDA:**
  - Altura maxima:  Metros
  - Distancia total:  Metros
  - Velocidad caida:  Km/h
  - Tiempo total:  seg
  - Velocidad horizontal:  Km/h
  - Distancia suelo:  Metros
  - Distancia frenada:  Metros

At the bottom of the input sections, there are two buttons: "ACTUALIZAR" and "CALCULAR".

Esta herramienta, además, considera una caída de tiro parabólico, por lo que se exige un ángulo de entrada.



Se observa en la imagen anterior, el tiro parabólico seguido de un recorrido horizontal del peatón, estando éste en contacto con el suelo.

Como aplicación a esta herramienta, se presenta el siguiente problema.

Sea un vehículo de masa 1500 Kg, un peatón de masa 80 Kg, altura de impacto 0.5 mts t como altura del C.G se supone 1 mts. El valor del coeficiente de restitución será de valor nulo, choque plástico, y la velocidad de circulación en el momento de impacto del vehículo es de 50 Km/h.

DATOS DE ENTRADA	
Masa vehiculo	1500 Kgr
Velocidad	50 Km/h
Masa persona	80 Kgr
Altura de impacto	0.4 Metros
Altura del C.G.	0.9 Metros
Inercia peaton	12 Kgr*m2
Restitucion	0
Angulo salida	0.000 Grados
Tiempo caida	5 seg
rozamiento peaton	0.8
rozamiento coche	0.6

DATOS DE POST-IMPACTO			
Velocidad Coche	49.019 Km/h	Impacto	408.49 Kg m/s
Velocidad peaton	18.382 Km/h	Velocidad angular	17.020 rad/s

DATOS DE CAIDA			
Altura maxima	0.9 Metros	Distancia total	11.796 Metros
Velocidad caida	15.127 Km/h	Tiempo total	1.0789 seg
Velocidad horizontal	18.382 Km/h	Distancia suelo	3.3223 Metros
		Distancia frenada	31.500 Metros

Como se observa en los resultados, la velocidad se reduce a 49.019 Km/h, de 50 Km/h, aproximadamente un 2 % de la velocidad de impacto. El centro de gravedad del peatón alcanza la velocidad de 18.382 Km/h. Sin embargo, el punto donde el parachoques golpea al peatón alcanza una velocidad, combinando el momento lineal y rotacional, de  $18.382 + (0.9 - 0.4) * 17.02 = 26.89$  Km/h.

Hay que señalar que conforme la distancia  $h_2 - h_0$  disminuye, la velocidad rotacional del peatón disminuye también, y su velocidad de salida después del impacto aumenta, como se refleja en la siguiente imagen.

**DATOS DE ENTRADA**

Masa vehiculo	1500	Kgr
Velocidad	50	Km/h
Masa persona	80	Kgr
Altura de impacto	0.9	Metros
Altura del C.G.	0.9	Metros
Inercia peaton	12	Kgr*m2
Restitucion	0	
Angulo salida	0.000	Grados
Tiempo caida	5	seg
rozamiento peaton	0.8	
rozamiento coche	0.6	

**CALCULADORA DE ACCIDENTES VEHICULO-PEATON**

**DATOS DE POST-IMPACTO**

Velocidad Coche	47.468	Km/h	Impacto	1054.8	Kg m/s
Velocidad peaton	47.468	Km/h	Velocidad angular	0	rad/s

**DATOS DE CAIDA**

Altura maxima	0.9	Metros	Distancia total	29.505	Metros
Velocidad caida	15.127	Km/h	Tiempo total	2.1084	seg
Velocidad horizontal	47.468	Km/h	Distancia suelo	22.153	Metros
			Distancia frenada	29.538	Metros

#### 4.9. IMPACTO DE VEHÍCULOS CON MUROS. EFECTO DE FRICCIÓN

Quando un vehículo impacta con un muro ó un protector de calzada bajo un cierto ángulo, el efecto de fricción debe ser incluido en el análisis de impacto.

Consideremos la imagen siguiente donde se refleja el siguiente impacto contra una barrera. El vehículo 1 impacta contra el muro a una velocidad  $V_{11}$  bajo un cierto ángulo  $\alpha_{11}$ . Este vehículo sale con un ángulo  $\alpha_{12}$  y una velocidad  $V_{12}$ . En este caso, las ecuaciones de impulso adquieren la siguiente forma:

$$m \Delta V_{x1} + (F * t) = m \Delta V_{x2}$$

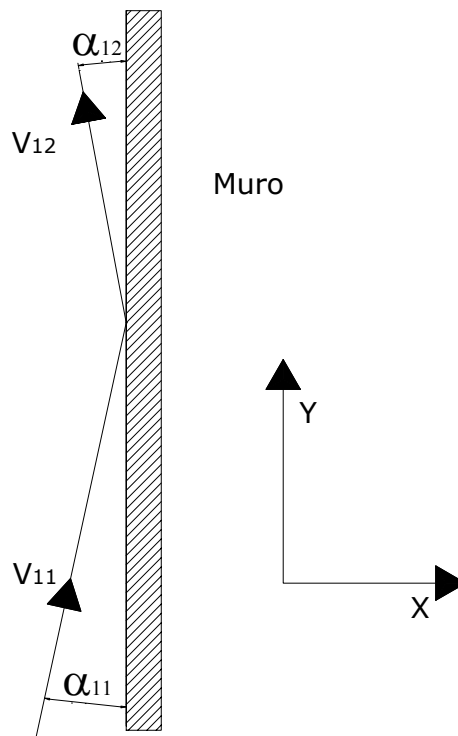
ó

$$(F * t)_x = m(-V_{12} \sin \alpha_{12} - V_{11} \sin \alpha_{11})$$

El coeficiente de restitución,  $e$ , con velocidad del muro igual a cero, tiene la siguiente expresión:

$$e = \frac{-V_{12} \sin \alpha_{12}}{V_{11} \sin \alpha_{11}}$$

Substituyendo en la expresión del impulso, es decir, en función del coeficiente de restitución, nos queda que:



El impulso en la dirección  $y$ , paralelo en la dirección del muro, responde a:

$$(F * t)_y = (F * t)_x * f$$

ó

$$(F * t)_y = -mV_{11} \sin \alpha_{11} (1 - e) * f$$

ó

$$mV_{11} \cos \alpha - mV_{11} \sin \alpha (1 - e) * f = mV_{12} \cos \alpha$$

El campo de velocidades queda:

$$V_{11} = \frac{V_{12} \cos \alpha_{12}}{\cos \alpha_{11} - f(1 - e) \sin \alpha_{11}}$$

donde:

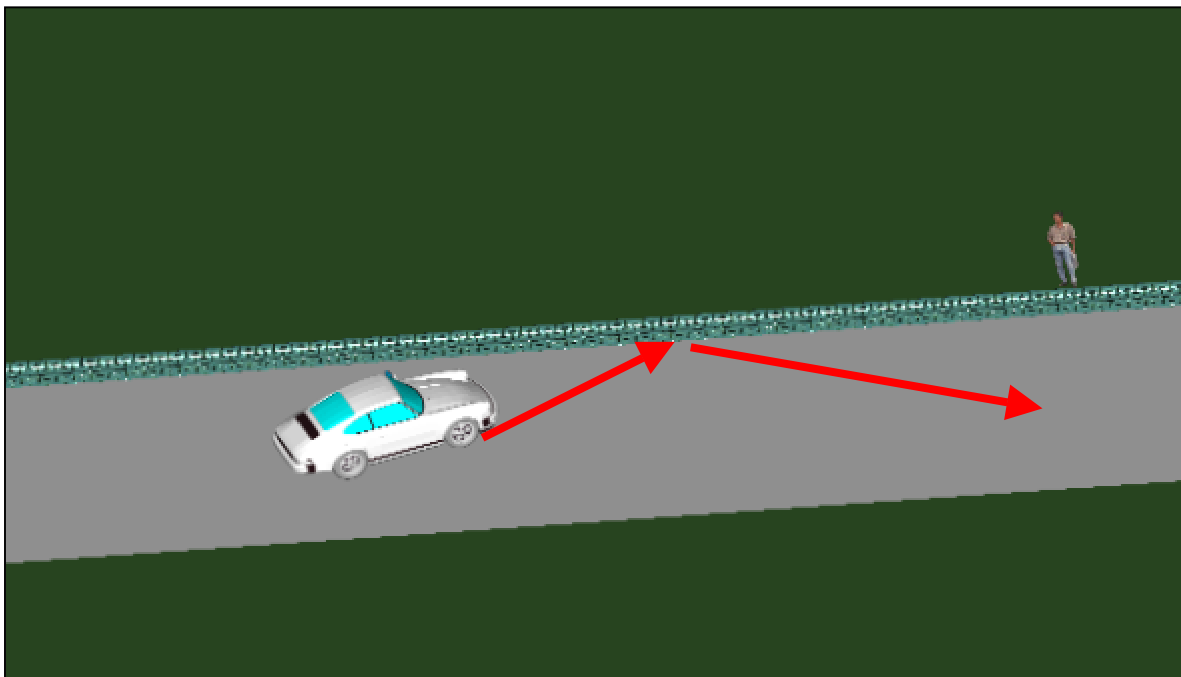
e = coeficiente de restitución.

f = coeficiente de fricción.

$V_{12}$  = Velocidad de salida del vehículo

$\alpha_{12}$  = ángulo de salida

$\alpha_{11}$  = ángulo de aproximación



## 4.10. ÍNDICE DE SEVERIDAD

### 4.10.1. DELTA V

#### 4.10.1.1. INTRODUCCIÓN

En la reconstrucción de los accidentes, el choque de un vehículo se puede dividir en las fases de precolisión, colisión y postcolisión. La fase de precolisión abarca un intervalo de tiempo finito, inmediatamente anterior al primer contacto, durante el cual se producen todos aquellos hechos que precipitan el accidente. La fase de colisión incluye el periodo de tiempo en el cual los vehículos permanecen en contacto, y la fase de postcolisión abarca el periodo de tiempo que pasa desde que los vehículos se separan hasta sus posiciones finales.

Las fuerzas que se producen en la fase de colisión provocan cambios bruscos de velocidad en los vehículos. A este cambio de velocidad se le conoce comúnmente como Delta-V, y se suele expresar por  $\Delta V$ . La formula es:

$$\Delta \vec{V} = \vec{V}_{col} - \vec{V}_{sep}$$

donde  $V_{col}$  representa la velocidad de colisión del vehículo y  $V_{sep}$  la velocidad de separación (velocidad que lleva el vehículo inmediatamente después de la colisión). Como se puede observar, es un parámetro que tiene carácter vectorial.

#### 4.10.1.2. EL DELTA – V COMO INDICADOR DE LA SEVERIDAD DE LA COLISIÓN

Delta – V es un indicador comúnmente aceptado de la severidad de la colisión y del riesgo potencial de lesiones.

Dado que el delta – V es el cambio de velocidad del habitáculo del ocupante durante un impacto, también se puede asemejar a la velocidad relativa entre el ocupante y el vehículo justo después de producirse el choque.



Indica la velocidad de impacto con el interior del habitáculo de un ocupante que no estuviera sujeto con cinturón de seguridad.

#### 4.10.1.3. DETERMINACIÓN DEL DELTA – V

Los cambios de velocidad que experimenta un vehículo en un impacto se pueden analizar por el método de los momentos o por el método de las energías. Suele ser normal y útil emplear ambos métodos simultáneamente para ajustar lo mejor posible las reconstrucciones, y en este caso, se obtienen los valores de Delta-V más precisos.

Se presente en este proyecto, la forma de obtener el delta – V a través del método de los momentos.

##### 4.10.1.3.1. MÉTODO DE LOS MOMENTOS

Aplicando el teorema de conservación de la cantidad de movimiento, se puede decir que:

$$m_1v_1 + m_2v_2 = m_1v_3 + m_2v_4$$

y por tanto, el Delta- V asociado al vehículo 1, por ejemplo, será:

$$\Delta V_{13} = \frac{(m_2v_4 - m_2v_2)}{m_1}$$

Existe un parámetro, denominado coeficiente de restitución, asociado a los cambios de velocidad. Se define como el cociente entre las velocidades relativas de separación de los vehículos y las velocidades relativas al impacto:

$$e = \frac{v_4 - v_3}{v_1 - v_2}$$

Las colisiones con cambios de velocidad grandes o moderados suelen ser choques plásticos (coeficientes de restitución inferiores a 0.1, y grandes deformaciones), mientras que aquellos con cambios de velocidad de pequeño valor suelen ser elásticos (coeficientes de restitución entre 0.1 y 0.3, o incluso

superiores, y pequeñas deformaciones). Esto justifica que la restitución incrementa el valor del Delta-V de ambos vehículos en colisiones a baja velocidad, pero sus efectos son insignificantes en impactos moderados o a alta velocidad.

El impulso de una fuerza es la integral de la fuerza durante un intervalo de tiempo. Las ecuaciones son:

$$mv_1 + \sum \int_1^2 Fdt = mv_2 \Rightarrow mv_1 + \vec{I} = mv_2$$

La tercera ley de Newton dice que en un impacto entre dos vehículos se produce un impulso, que actúa con igual magnitud en ambos pero en sentido contrario en cada uno de ellos. Esto nos permite formular una propiedad importante del Delta-V, y es que tiene como dirección la dirección de la fuerza principal que se produce en el contacto entre los vehículos.

$$\vec{I} = \int Fdt = m_1\Delta V_1 = m_2\Delta V_2 \Rightarrow \Delta V_1 = \frac{\vec{I}}{m_1}; \Delta V_2 = \frac{\vec{I}}{m_2}$$

Esto nos lleva a un resultado importante: la relación entre los Delta – V de los vehículos es inversamente proporcional al cociente de sus masas:

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\Delta V_2}{\Delta V_1}$$

#### 4.11. EBS (EQUIVALENT BARRIER SPEED)

Se define la EBS (Equivalent Barrier Speed), o velocidad equivalente de barrera, como la velocidad que iguala la energía cinética del vehículo con la energía absorbida en la deformación plástica. Esto se observa en la siguiente expresión:

$$E_a = \frac{1}{2} * m(EBS)^2 \Rightarrow (EBS)^2 = \frac{2E_a}{m}$$

Excepto en un impacto con un muro rígido donde no existan desplazamientos posteriores al choque, esta velocidad EBS no tiene porqué coincidir con la velocidad de impacto.

En la práctica, la EBS se estima estudiando las deformaciones que presentan los vehículos tras ser sometidos a ensayos de choque con velocidades conocidas.



## **5. RECONSTRUCCIÓN DE ACCIDENTES DE TRÁFICO UTILIZANDO MÉTODOS INFORMÁTICOS**

### **5.1. INTRODUCCIÓN**

Finalmente, para resolver el problema de la reconstrucción de accidentes de tráfico se suele acudir a programas informáticos de reconstrucción de accidentes en los que, mediante ciertas simplificaciones, se pueden obtener resultados satisfactorios con tiempo de computación razonables y datos de partida de fácil acceso.

### **5.2. SOFTWARE. SINRAT.**

A continuación se presenta el programa informático SINRAT (desarrollado por el INSIA), cuya utilidad es la reconstrucción de accidentes. Está basado en un modelo de simulación de dos vehículos tridimensionales.

Mientras que los movimientos de los automóviles en la fase de precolisión se controlan a partir de la velocidad, el sistema de dirección y el de frenos, la colisión se analiza por la rigidez local en el punto de colisión y las deformaciones asociadas a ésta. Por último, la trayectoria durante la fase de poscolisión se estudia hasta la detención completa de los vehículos.

El modelo considera la masa suspendida como un cuerpo rígido con movimiento tridimensional, unido a las ruedas mediante el sistema de suspensión.

Resulta una herramienta de gran utilidad porque permite conocer, a partir de los datos del punto de colisión y las posiciones finales de los vehículos, las velocidades de impacto así como la cinemática de la precolisión, incluidas posibles maniobras efectuadas por los conductores para tratar de evitar el impacto.

El software incluye el movimiento del volante por parte del conductor, así como todos los tipos de infraestructura que se pueden estimar (rampas, rasantes, curvas de acuerdo...)

### **5.2.1. MODELO DEL VEHÍCULO DEL PROGRAMA SINRAT**

En la precolisión, la carrocería de cada vehículo se simula como un cuerpo rígido tridimensional con seis grados de libertad, de acuerdo con el sistema de referencia que se muestra en la siguiente figura. Todos los ejes se consideran como principales de inercia.

El sistema de suspensión es independiente para cada rueda, permitiendo el desplazamiento vertical de éstas respecto al chasis.

Los neumáticos se simulan con el modelo de Bakker, Nyborg y Pacejka, considerándose igualmente el ángulo de caída del neumático nulo en todos los casos. Cada neumático tiene cuatro grados de libertad, que son el desplazamiento longitudinal, transversal y vertical además de su velocidad angular.

La maniobra de frenada puede ser introducida en cualquier momento de la trayectoria, calculándose automáticamente el reparto de fuerza de frenada sobre cada eje.

El comportamiento del motor se modela por la señal de aceleración enviada por el conductor en cada instante; el programa calcula el par y lo transfiere a las ruedas mediante la correspondiente reducción de la curva de par del motor a través de la caja de cambios y del grupo cónico diferencial.

En cada vehículo existen 6 sistemas de referencia distintos, el primero es el solidario al vehículo en su movimiento, cuatro más, uno en cada rueda y un último sistema de referencia absoluto o inercial. Respecto a este último sistema la carretera está definida mediante elementos triangulares, a través de las coordenadas (X,Y,Z) de sus vértices.

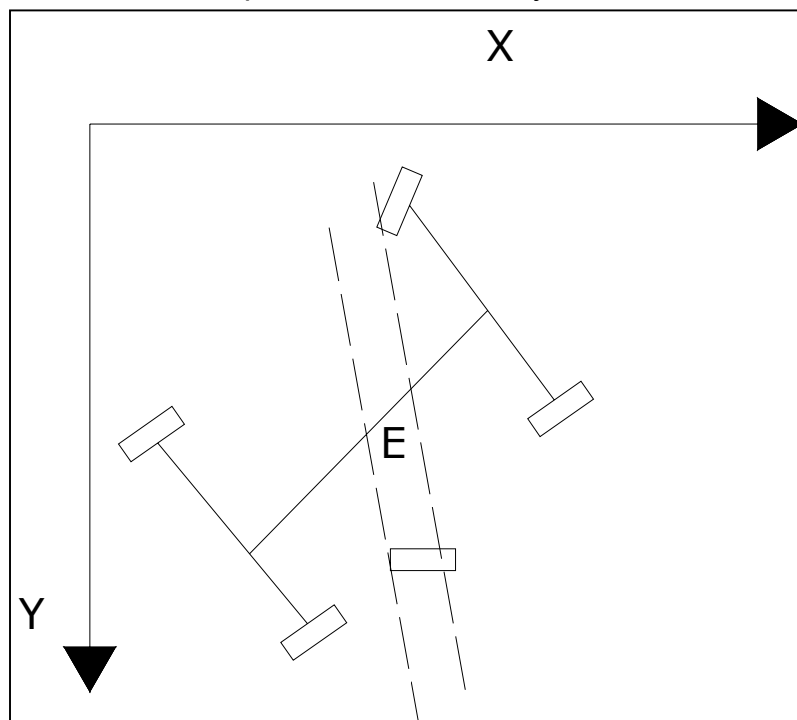
Como los neumáticos se consideran siempre con el eje vertical perpendicular a la calzada, la elevación, los ángulos de la pendiente y rampa de la vía, así como el ángulo de deriva del vehículo permiten determinar la orientación del sistema de referencia asociado a cada rueda. El origen se determina por el movimiento del vehículo y la coordenada Z de la carretera.

Las fuerzas en cada neumático se calculan en el sistema de referencia solidario a cada uno de ellos, efectuándose un cambio de ejes para que puedan ser proyectadas sobre el sistema de referencia de la carrocería. Las fuerzas sobre cada neumático se aplican en los puntos de sujeción de dicha rueda con la suspensión.

### 5.2.2. CONTROL DE LA TRAYECTORIA DEL VEHÍCULO

En la simulación informática del comportamiento del vehículo una de las tareas más difíciles es la obtención de la trayectoria del automóvil, a cualquier velocidad, mediante la única modificación del ángulo del volante.

Este problema es resuelto mediante el uso de un controlador P.I.D. con retroalimentación en el modelo. Este controlador modifica el ángulo de la dirección, de acuerdo con un error E existente en la posición del centro de masas del vehículo respecto a una trayectoria definida, y del error del ángulo de deriva del vehículo con respecto a la misma trayectoria.

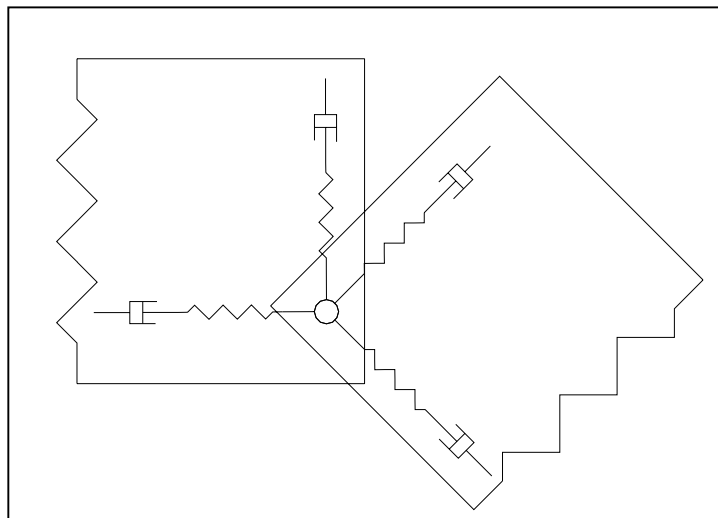


Si no se usa el error del ángulo de deriva, la precisión obtenida en el seguimiento de la trayectoria podría ser errónea. Los coeficientes  $K_{ij}$  se obtienen con experimentos realizados en vehículos sensorizados.

### 5.2.3. MODELIZACIÓN DEL IMPACTO

Para simular la colisión entre dos vehículos se consideran dos modelos completos de vehículos ejecutándose simultáneamente. Se define un modelo de reconocimiento de contacto entre los vehículos, y durante la fase de impacto se calcula el punto de contacto en la zona de choque.

En el punto central de la zona de contacto se consideran dos resortes amortiguados conectados en serie por vehículos, en dirección transversal y longitudinal. Estos resortes simulan el comportamiento elasto-plástico de los materiales durante la colisión.



### 5.2.4. SISTEMA DE RECONSTRUCCIÓN DE LA COLISIÓN

La reconstrucción de la colisión resulta muy compleja porque generalmente sólo las posiciones finales de los vehículos y la situación del punto de impacto ( junto con la configuración del mismo) suelen estar disponibles.

Para facilitar el análisis el software cuenta con un algoritmo llamado “ Sistema experto de Reconstrucción de la Colisión “ el cual, partiendo de unos datos de entrada mínimos, trata de obtener los movimientos durante la precolisión, el impacto y la poscolisión.

#### **5.2.5. ALGORITMO DE RECONSTRUCCIÓN AUTOMÁTICA**

El sistema toma como incógnitas la posición X,Y y la orientación de su posición final en el sistema de referencia inercial. También tomo como variable independiente desconocida la velocidad de cada vehículo.

Comienza con simulaciones de prueba, tomando el valor mínimo de la velocidad supuesta para cada vehículo, incrementa esta velocidad igual a su intervalo de variación dividida por el número de simulaciones de prueba para efectuar la siguiente

### **5.3. INTRODUCCIÓN AL SOFTWARE “ FRAN-CRASH “**

Una vez analizado las variables físicas que se ponen en juego en los accidentes de tráfico se opta por desarrollar una herramienta informática donde los fundamentos de cálculo son los anteriormente descritos. Se sigue un modelo impulsivista.

Como base inicial informática para la reconstrucción de accidentes se optó por el software ADAMS CAR, descartándose éste por no dar opción a la existencia de dos vehículos para poder generar el fenómeno de impacto. Para un estudio más profundo en la reconstrucción de accidentes habría que optar por este programa al tener la capacidad de analizar de una forma realista el comportamiento dinámico de un vehículo, generando por tanto un realismo en los movimientos de post-colisión.

La programación del programa se ha realizado en programa Matlab. Este software es un entorno de computación y desarrollo de aplicaciones totalmente integrado orientado para llevar a cabo proyectos en donde se encuentren implicados elevados cálculos matemáticos y la visualización gráfica



de los mismos, La programación se ha realizado con una interfaz gráfico bastante exquisito en cuanto ha variables de entrada / salida, así como de parámetros de control en la integración de las ecuaciones de gobierno, tanto como de movimiento como en el momento de impacto.

#### **5.4. SIMULACIÓN CON EL “FRAN-CRASH “**

Para no perder la orientación del proyecto en la programación como consecuencia de llamadas de archivos de uno a otro, así como de variables devueltas, se describe a grandes rasgos el trabajo realizado en éste usando como base Matlab.

- Integración del movimiento →Función ode15s y ode23 en Matlab.
- Interfaz gráfica →Archivos guide.
- Ecuaciones de impacto →Solución lineal
- Secuencias cinemáticas →Fase prev-pre-impacto, Fase pre-impacto, Fase impacto, Fase post-impacto.

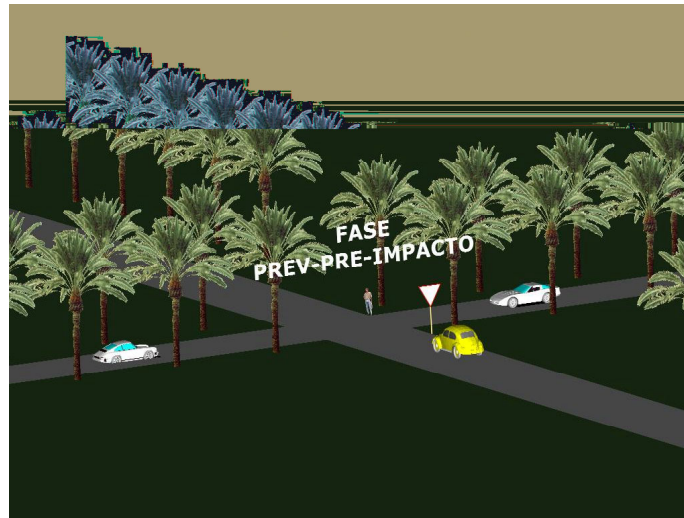
La programación se ha realizado con pensamientos de posibles futuros cambios, por lo que se ha desarrollado bloques que pueden ser modificados de una forma rápida para mejorar lo presente. Así como crear un modelo más realista en cuanto al vehículo, incluyendo los efectos de amortiguación en ruedas, como generar unas fuerzas de interacción vehículo-calzada más cerca del hecho de considerar deslizamiento, rueda bloqueada. Aunque hay software que poseen subsistemas muy completos, ADAMS CAR, la programación de subsistemas por parte del usuario para añadir al presente software genera un aspecto muy docente en el alumno.

Antes de entrar en detalle, comentar que existen archivos con extensiones diferentes y mismo nombre, extensión.m y .fig, siendo los primeros de programación y los segundos de interfaz gráfica.

Por último se comenta la división de secuencias realizada en el proceso de cálculo, que es el utilizado en la programación

➤ **FASE PREV-PRE-IMPACTO.**

Se considera el inicio de estudio del impacto, es decir, se definen las condiciones iniciales de estudio. En la figura adjunta se presenta un impacto frontal como consecuencia de imprudencia de un conductor la invadir el carril contrario.



➤ **FASE PRE-IMPACTO.**

Esta fase, en programación, viene definida por las condiciones finales de la secuencia anterior y como condición final la generada en la situación de contacto de los vehículos. En la imagen siguiente se refleja la condición final de la secuencia de pre-impacto, es decir, contacto de los vehículos.



➤ **FASE IMPACTO**

Esta fase se observa en la imagen anterior presentada. Viene dada por las condiciones finales de la fase de pre-impacto. El software generado en el proyecto presenta una interfaz donde se puede modelar la situación de impacto, con variables a definir por el usuario.

➤ **FASE POST-IMPACTO**

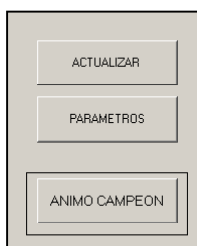
Analizada la situación de impacto, el software nos devuelve las condiciones iniciales de la secuencia. Según las condiciones de impacto que se generen tendremos un estado final de impacto u otro, fase de post-impacto.

### 5.4.1. DESCRIPCIÓN

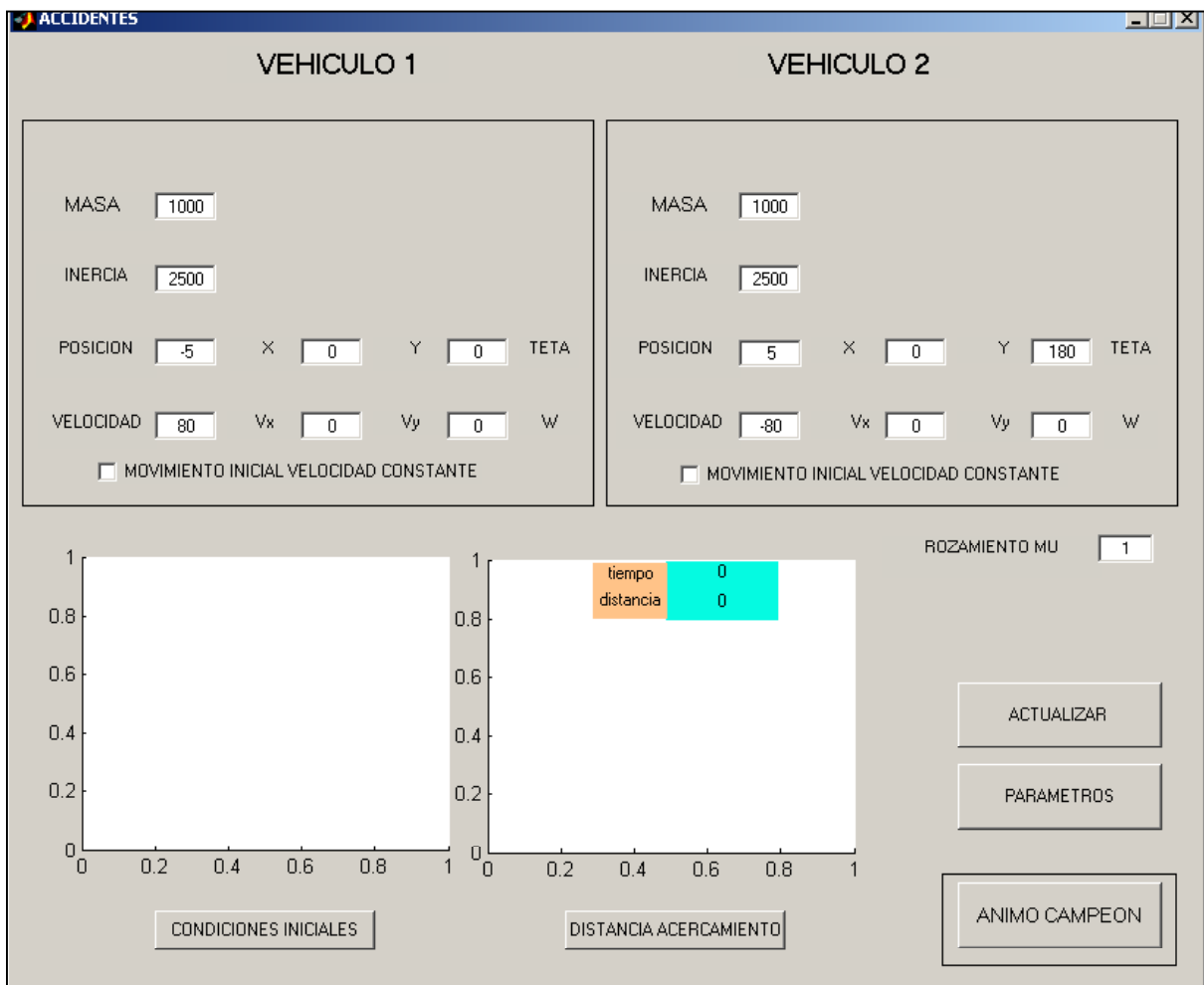
El programa se inicia con la llamada por teclado al archivo *accidentes.m*, por lo que se debe escribir en la pantalla principal de Matlab: “ accidentes “.

Aparece en pantalla una **interfaz denominada accidentes** asociado al archivo *accidentes.fig*, donde se recoge los datos de entrada básicos para poder iniciar el proceso de integración del movimiento previo al impacto. Estos valores corresponden a las condiciones iniciales de velocidad, posición, masa,...

En esta pantalla, entre las opciones a elegir, se observa 1 push con nombre parámetros. El efecto de pulsar sobre este botón, nos hace aparecer de nuevo otra ventana interfaz que nos pide parámetros de control de integración. La descripción de la funcionalidad y objetivo de estos parámetros se desarrollan a lo largo de la descripción del programa. Comentar la importancia de cada vez que se hagan cambios en la variables usar siempre el botón de actualizar para que se guarden los cambios y no se realice la integración con variables erróneas.



Se pasa a describir de forma detallada el funcionamiento del programa y para ello se opta por realizar un sencillo ejemplo como es el impacto frontal de dos vehículos que circulan a velocidad de 80 Km/h. Son valores que se cargan por defecto al iniciar el programa. Estos valores iniciales se pueden cambiar a voluntad del usuario.

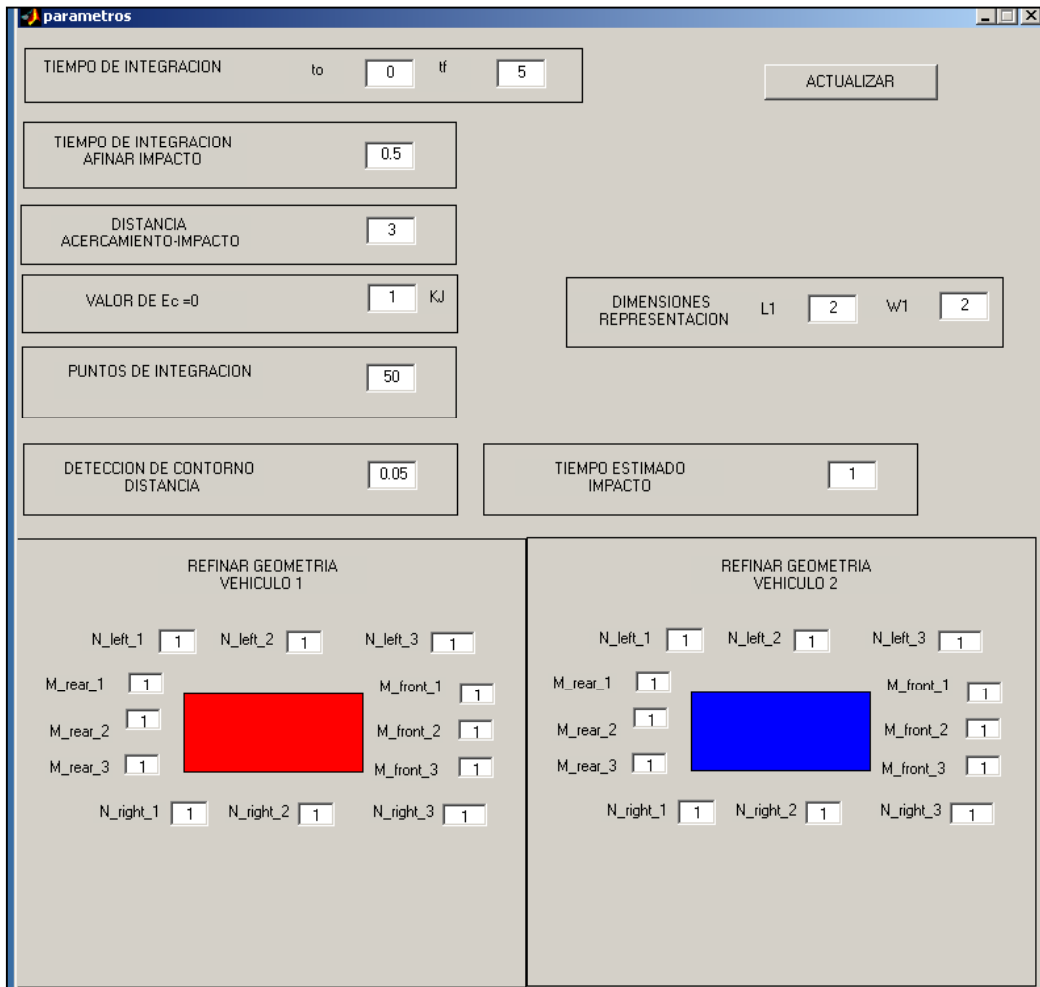


Se observa en la imagen anterior la opción de movimiento inicial con velocidad constante. Este efecto se añade al software para considerar que la colisión de los vehículos se realiza sin previa visualización de la situación de

impacto por parte de los implicados, es decir, no se genera efecto de frenada en el vehículo. Esta opción se realiza con botones tipo checkbox.

Una vez introducido los parámetros iniciales, se deben de actualizar los datos. El efecto de este botón se traduce en recogida de información en la variable `mat_datos` que se guarda con la orden `save mat_datos`. (ver código fuente)

Pasamos a continuación a la llamada de la **interfaz parámetros**, pulsando simplemente el botón parámetros.



Inicialmente el programa nos pide el tiempo de integración estimado para llevar a cabo la integración. Este tiempo es dividido interiormente por el programa en función de la secuencia cinemática en la que nos encontremos.

A continuación nos pide el tiempo de integración para afinar el impacto, es un tiempo aproximativo que nos pide el programa para poder reducir el tiempo global de integración, mejorando el funcionamiento global del programa. Este parámetro actúa de forma conjunta con la distancia de acercamiento de los vehículos, distancia tomada de su centro de gravedad. Es decir, estamos generando una primera secuencia cinemática, fase prev-pre-impact, con unas condiciones iniciales dadas y condiciones finales tal que tenemos una distancia mínima de acercamiento.

Otro parámetro de entrada que nos pide el software es el valor de  $E_c$  tal que nos va a para la integración de movimiento. La utilidad de introducir este parámetro es consecuencia de observar el efecto de tiempo mayorado de integración cuando se tiene velocidades muy pequeñas, tal que se pueden considerar nulas.

El parámetro de **detección de contorno** es una variable introducida como consecuencia de la necesidad de generar conocimiento en cada instante de los contornos de los vehículos para poder llegar al momento de impacto. Así se considera que los vehículos han entrado en contacto cuando la distancia de separación entre dos puntos de contornos es máxima a la dada por la detección de contorno. Se desarrolla un archivo tal que me genere el contorno en cada instante del vehículo para luego ser comparado con los estados de otro vehículo (contorno\_1.m y contorno\_2.m). Esta secuencia cinemática se denomina fase pre-impact.

El parámetro de entrada **puntos de integración** es utilizado de forma conjunta con detección de contorno en la fase pre-impact. Este parámetro es usado por la función ode15s para conseguir como resultado un número de puntos de integración equivalente al dado. Así conseguimos una mejor aproximación en puntos en el momento de comparar contornos. El efecto que se quiere eliminar con este parámetro es el *solape* de vehículos previos al impacto, consiguiendo un refinamiento en el estado de impacto. Un elevado número de puntos de integración genera a su vez el inconveniente de un mayor tiempo de integración, así como la restricción en la integración de forzar a la función ODE de obtener esos puntos. En la fase de pre-impacto tenemos

velocidades y posiciones correspondientes a movimientos uniformemente acelerados así como movimientos con velocidad constante, por lo que en la zona de integración de esta secuencia no se penaliza con la restricción a la función de integración. Como se verá más adelante, en la fase de post-impacto, el movimiento será más heterogéneo, utilizando por ello la función ODE23 sin restricción en el número de puntos de cálculo.

En cuanto al **tiempo estimado para el impacto** se recomienda consultar la gráfica que se genera en la interfaz de accidentes para estimar este valor. Se recomienda ajustarlo lo más posible para afinar en el momento de impacto.

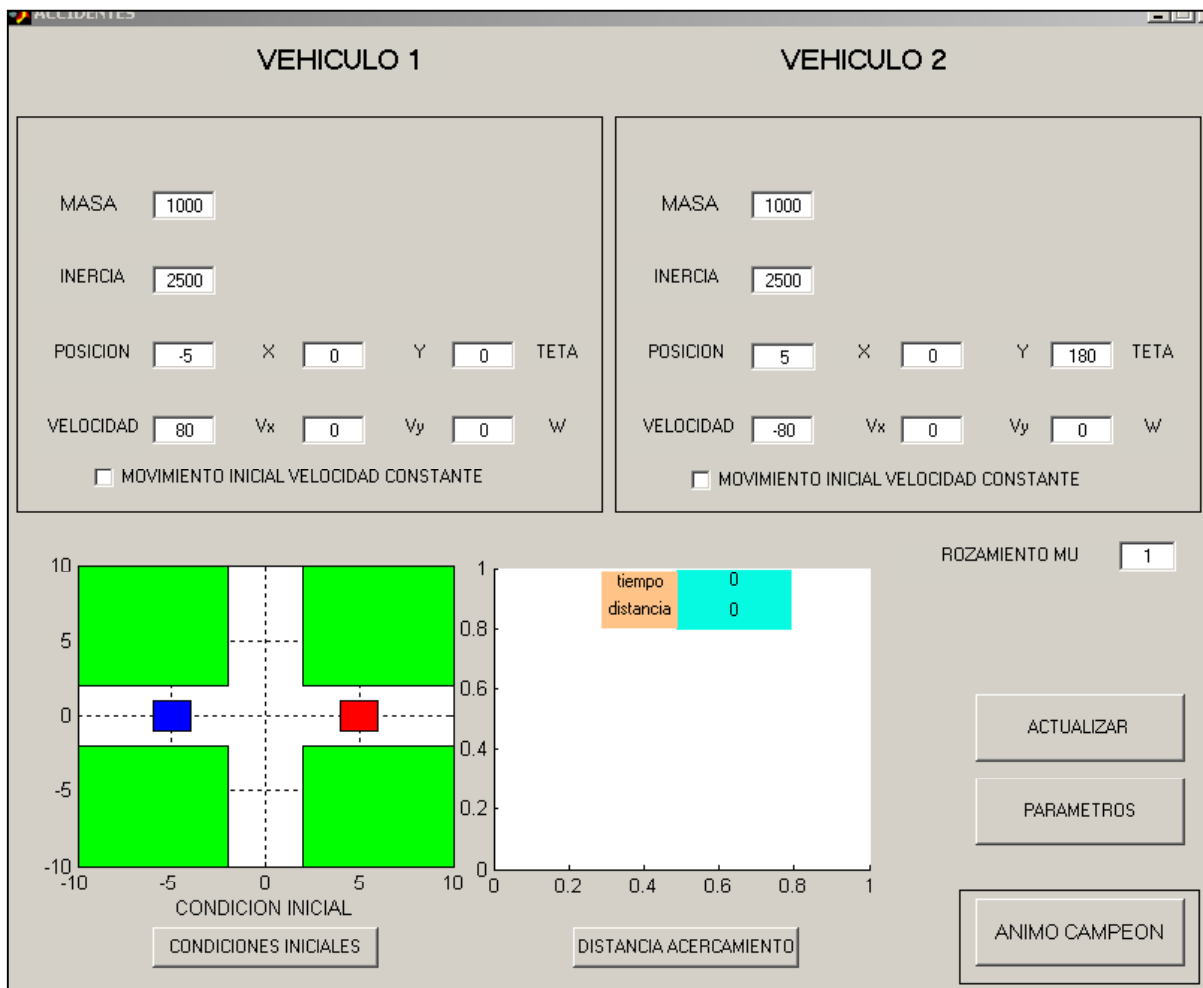
Se observa también dos vehículos que necesitan la entrada de definición de contorno, es decir, **divisiones** hechas en el **contorno** para poder estimar el momento del impacto. Se debe afinar la zona del impacto y generar en ésta un elevado número de puntos para poder conseguir el momento de impacto lo más exacto posible, eliminado el efecto de solape. Estos parámetros son introducidos como consecuencia del elevado tiempo de integración observado en el programa si se hace una división genérica del contorno para luego ser comparado dichos puntos. Si se hace una división genérica un poco burda, se vuelve a producir de nuevo el efecto de solape.

Por último se tiene la entrada de **valores de presentación** de vehículos, se recomienda dejarlo en 2x2. Estos valores son utilizados también como valores de dimensiones para efectos de cálculo en las fuerzas que intervienen en el vehículo.

Se recomienda no cerrar esta ventana hasta que se ajusten los parámetros de condiciones iniciales de la fase de pre-impacto, es decir, jugando con los valores de distancia y tiempo de integración de la fase de pre-impacto.

Antes de volver a la pantalla accidentes se debe actualizar, generando una variable denominada **mat\_parámetros**.

Una vez definido los parámetros previos, es decir, se han generado las variables `mat_datos` y `mat_parámetros`, *hay que actualizar!* Se tiene capacidad para ver las condiciones iniciales propuestas para el análisis. Actuando sobre el botón **condiciones iniciales** conseguimos reflejar en pantalla la situación inicial.(Ver imagen posterior).



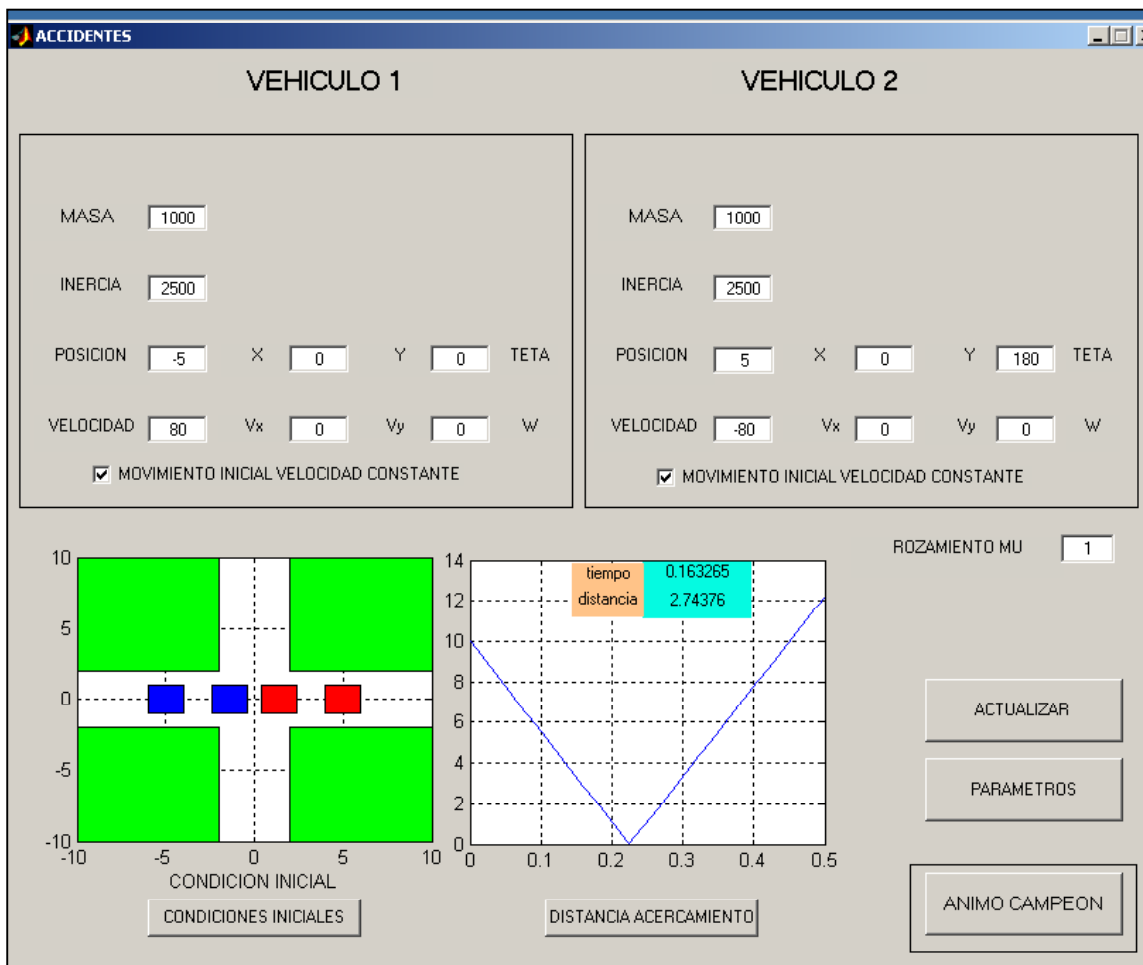
Estamos en condiciones de iniciar la fase de secuencia prev-pre-impacto. Para ello simplemente hay que pulsar el botón con nombre de



**distancia de acercamiento**, empezando a integrar el programa llamando a la función *fase-prev-impact*.

En esta función se utiliza la orden de integración de Matlab ODE para conseguir los estados de integración correspondientes, llamando interiormente a otras funciones para poder conseguir el efecto deseado, es decir, conocimiento de la trayectoria de los vehículos. Así mismo se obtiene la distancia de separación de los centros de gravedad para poder conseguir definir el estado inicial de la *fase pre-impacto*. El inicio de esta fase viene condicionado por la distancia de acercamiento definida anteriormente.

Resulta en pantalla la situación siguiente:



Se observa como en pantalla de condiciones iniciales se refleja la situación final de la secuencia fase-prev-pre-impacto determinada ésta por la distancia propuesta en parámetros. Así para un tiempo de  $t=0.1632$  s se tiene una distancia de acercamiento 2.74 mts, que es la más próxima a 3 mts. En esta situación tenemos dos opciones:

1. Seguir con la integración → Fase pre-impacto

Intentar afinar más en esta fase para evitar tiempo de cálculo en la fase de pre-impacto, que como ya se comentó, el tiempo de cálculo aumenta como consecuencia de la acción de comparar contornos para generar la situación de impacto.

Se sigue con la fase pre-impacto. Para ello se pulsa el botón de ANIMO CAMPEÓN.

Se hace llamada al archivo fase-pre-impact. En este archivo se recogen las condiciones finales del estado anterior, es decir, las condiciones iniciales de integración previas al impacto. De nuevo se hace llamada a la función ODE, con la salvedad de uso de la orden 15s, donde se opta por la opción de generar puntos de integración definidos por el usuario para poder crear un abanico más amplio de trayectoria. El tiempo de cálculo no es elevado como consecuencia de esta integración pero sí cuando se inicia la comparación de contorno para cada estado. Por eso se propone la definición de la zona de impacto en parámetros, consiguiendo minimizar los puntos de cálculo.

Finalizado el cálculo de integración, además de comparar puntos de contorno, el programa nos hace aparecer una interfaz que corresponde al análisis de impacto.

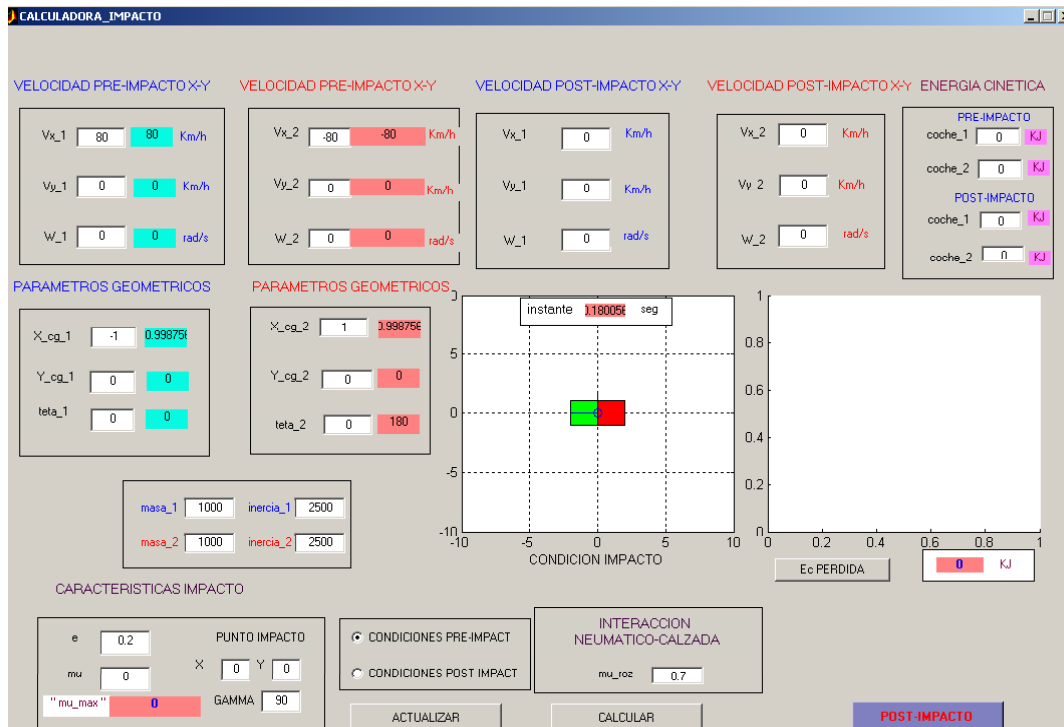
## Accidentes de Tráfico “Reconstrucción”

The screenshot shows the 'CALCULADORA\_IMPACTO' software interface. It is organized into several functional areas:

- VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y:** Four input fields for velocity components (Vx<sub>1</sub>, Vy<sub>1</sub>, W<sub>1</sub> and Vx<sub>2</sub>, Vy<sub>2</sub>, W<sub>2</sub>) in Km/h and rad/s. The first column is blue, and the second is red.
- VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y:** Four input fields for post-impact velocity components (Vx<sub>1</sub>, Vy<sub>1</sub>, W<sub>1</sub> and Vx<sub>2</sub>, Vy<sub>2</sub>, W<sub>2</sub>) in Km/h and rad/s. The first column is blue, and the second is red.
- ENERGIA CINETICA:** Input fields for kinetic energy (E<sub>c</sub>) in KJ for 'PRE-IMPACTO' and 'POST-IMPACTO' for two vehicles (coche\_1, coche\_2).
- PARAMETROS GEOMETRICOS:** Input fields for geometric parameters (X<sub>cg</sub>, Y<sub>cg</sub>, theta) for two vehicles. The first column is blue, and the second is red.
- PARAMETROS GEOMETRICOS (continued):** Input fields for mass (masa) and inertia (inercia) for two vehicles.
- CARACTERISTICAS IMPACTO:** Input fields for impact characteristics (e, mu, mu\_max, PUNTO IMPACTO X, Y, GAMMA).
- INTERACCION NEUMATICO-CALZADA:** Input field for mu\_roz.
- Buttons:** 'ACTUALIZAR', 'CALCULAR', and 'POST-IMPACTO'.
- Plots:** Two empty coordinate plots with axes from 0 to 1. A label 'instante' with a value of 0 and unit 'seg' is present above the left plot.
- Output:** A button 'E<sub>c</sub> PERDIDA' and a display showing '0 KJ'.

Como se observa, inicialmente en pantalla no aparece dato alguno de la situación de impacto. Para ello simplemente tenemos que actualizar y el programa recogerá la información del estado anterior, es decir, instante en el cual se ha detectado dos puntos de contornos que cumplen la condición de distancia de contorno propuesta en parámetros.

Se debe de rellenar los campos propuestos por el programa para ver el estado propuesto de impacto. El programa nos propone la siguiente situación:

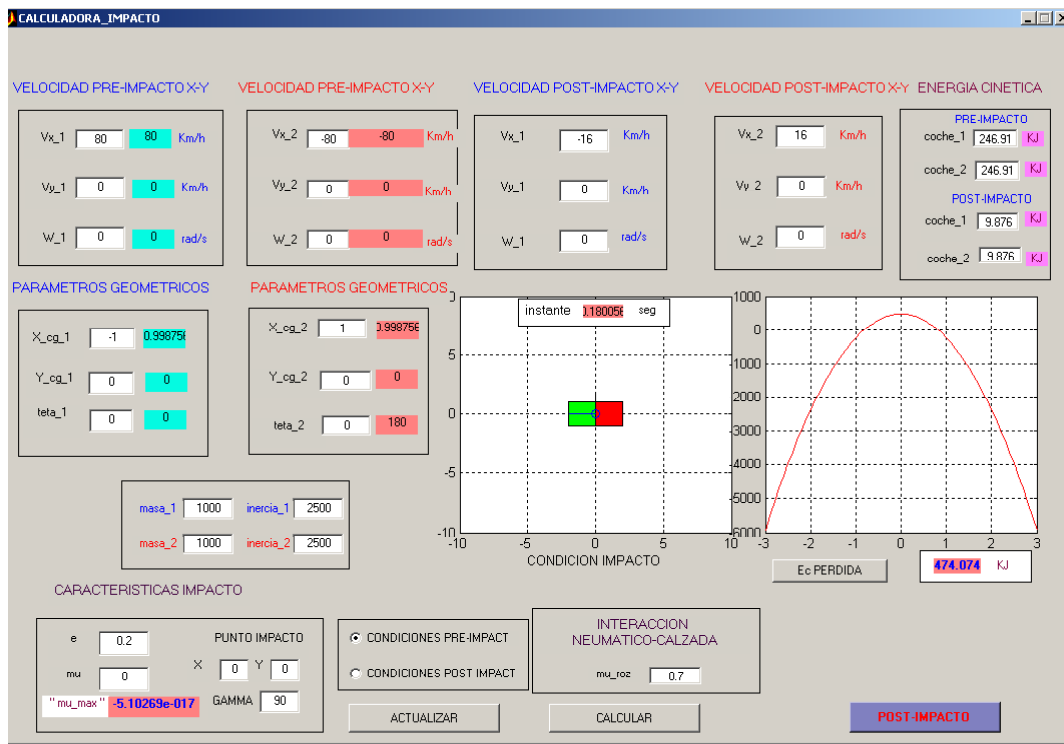


Una vez introducido los datos propuesto por el programa, es decir, las condiciones antes del impacto, para poder obtener las condiciones de post-impacto, simplemente debemos actuar sobre el botón **calcular**.

Esta fase de impacto es muy sensible en cuanto a solución obtenida, es decir, la habilidad del Ingeniero Reconstructor juega un papel importantísimo para poder conseguir unos resultados coherentes. Unos parámetros que juegan un papel importante son lo de gobierno del impacto, es decir, definir la energía considerada perdida en el impacto,  $e_n$  y  $\mu$ , así como el punto de impacto, ya que las condiciones conseguidas de post-impacto difieren mucho de una situación a otra, consiguiendo estados de post-impacto irreales.

Así se recuerda el efecto de dar en el momento de impacto un valor de  $\mu$  mayor que el propuesto, causando un incremento de energía al sistema, es decir, el impacto no pierde energía, sino que gana, cosa que físicamente es imposible. Para ello se crea una gráfica de E. Cinética donde se observa la evolución de la energía cinética en función los parámetros propuestos.

Para el caso que nos ocupa, impacto frontal, el rozamiento tangencial es nulo, teniendo sólo restitución normal. Se observa la gráfica una parábola invertida donde el máximo se consigue el máximo de Energía Perdida para valor nulo de rozamiento tangencial, por lo que un valor distinto de cero genera una disminución de energía perdida, siendo añadida para valores mayores de  $\pm 0.8$  aproximadamente.



Esta fase se puede llegar a modelar el efecto de volantazo de un vehículo sin más que añadir una velocidad de giro,  $W$ , en las condiciones de pre-impacto.

Por último comentar la introducción de un nuevo coeficiente de interacción neumático-calzada como consecuencia de poder situaciones donde el vehículo ha sido desplazado por zonas diferentes a la inicial: césped, aceite,...

Definida las condiciones iniciales de post-impacto, el programa tiene capacidad para poder seguir con la secuencia denominada post-impacto.

En esta secuencia el programa llama al archivo post-impact donde se vuelve a genera de nuevo llamada a la función de integración ODE. En esta fase no se utiliza el parámetro número de puntos definidos por el usuario sino que se deja al ode23 sin restricciones.

En esta fase es de gran utilidad el parámetro definido inicialmente de  $E_c = 0$ , valor que hace parar la integración cuando se obtiene resultados de velocidad tan bajos ya que estos valores penalizan el tiempo de cálculo al trabajar la integración con valores tan pequeños (del orden  $10^{-5}$ ).

Finalizado el cálculo de fase post-impact, se llama al archivo **montaje**, para generar los estados de tiempo que se van a representar, creando una animación de la situación de impacto.

Para poder representar de una forma realista la animación se hace uso de la función **spline** obteniendo información de estados intermedios. El uso de esta función queda justificado por la diferencia de puntos obtenidos en las secuencias definidas.

## 5.4.2. SIMULACIONES

### 5.4.2.1. IMPACTO FRONTAL

Los datos de partida para la simulación frontal son los siguientes:

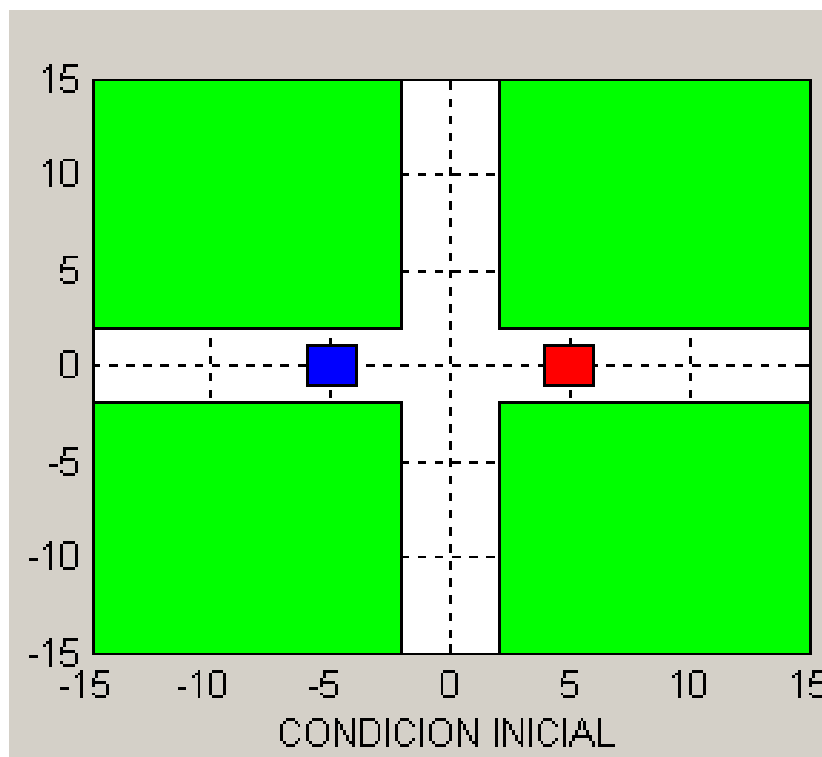
<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>1</b>
----------------------	----------

<b>EDICION</b>	<b>1</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-5,00	0,00	0,0	5,00	0,00	180,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
80	0	0	246,91	-80	0	0	246,91



Iniciando la integración, se llega hasta la pantalla de “ Calculadora de Impacto “, la cual exige unos parámetros previos para seguir con la interacción. Así se necesita definir el tipo de impacto, restitución normal y rozamiento tangencial, y punto de impacto.

**→ CALCULADORA\_IMPACTO**

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**

Vx\_1: 80 Km/h  
Vy\_1: 0 Km/h  
W\_1: 0 rad/s

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**

Vx\_2: -80 Km/h  
Vy\_2: 0 Km/h  
W\_2: 0 rad/s

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**

Vx\_1: -16 Km/h  
Vy\_1: 0 Km/h  
W\_1: 0 rad/s

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**

Vx\_2: 16 Km/h  
Vy\_2: 0 Km/h  
W\_2: 0 rad/s

**PRE-IMPACTO**

coche\_1: 246.91 KJ  
coche\_2: 246.91 KJ

**POST-IMPACTO**

coche\_1: 9.876 KJ  
coche\_2: 9.876 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: -0.99  
Y\_cg\_1: 0  
teta\_1: 0

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_2: 0.992411  
Y\_cg\_2: 0  
teta\_2: 180

**masa\_1**: 1000  
**inercia\_1**: 2500

**masa\_2**: 1000  
**inercia\_2**: 2500

**CONDICION IMPACTO**

instante: 1180341 seg

**Ec PERDIDA**: 474.074 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: -0.99  
Y\_cg\_1: 0  
teta\_1: 0

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

mu\_roz: 0.7

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: -0.99  
Y\_cg\_1: 0  
teta\_1: 0

**CARACTERISTICAS IMPACTO**

e: 0.2  
mu: 0  
"mu\_max": -5.10269e-017  
GAMMA: 90

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: -0.99  
Y\_cg\_1: 0  
teta\_1: 0

**ACTUALIZAR**

**CALCULAR**

**POST-IMPACTO**



Velocidad Post-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)
-16	0	0	9,88	16	0	0,00	9,88

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
-2,00	0	0	2	0	180

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,180	0	0	0,2	90	-0,070	474,07	-26.666,67	0,00

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-96	0	96	-180	96	0	96	0

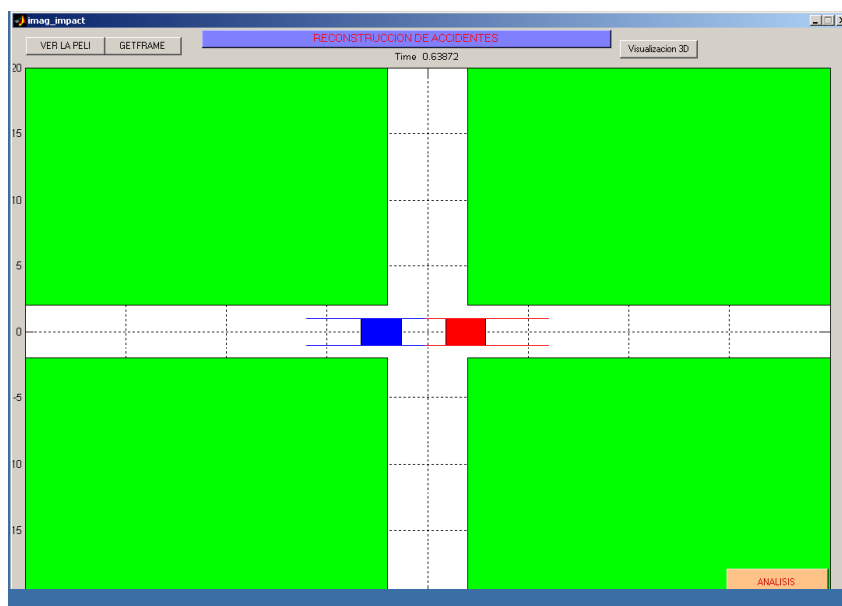
Si referimos las velocidades de pre-impacto y post-impacto a las coordenadas locales, N-T, del punto de impacto, nos queda los siguientes resultados.

Velocidad Pre-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-80	0	0,0	246,91	0	80	0	0,0	0,17	0

Velocidad Post-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
16	0	0,00	9,88	0	-16	0	0,00	9,88	0

Características del Impacto N-T									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitución Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	Impulso 1 N	Impulso 1 T	Impulso 2 N	Impulso 2 T
	X	Y				(Kg*m/s)	(kg*m/s)	(Kg*m/s)	(kg*m/s)
0,18	5,00	1,00	0,20	90,00	0	26.666,67	-1,01	26.666,67	-1,01

Una vez que se rellenan todos los campos requeridos en el momento de impacto, se obtiene el movimiento de post-impacto por integración.



### 5.4.2.2. IMPACTO DESCENTRALIZADO

Los datos de partida para la siguiente simulación son los siguientes:

<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>2</b>
----------------------	----------

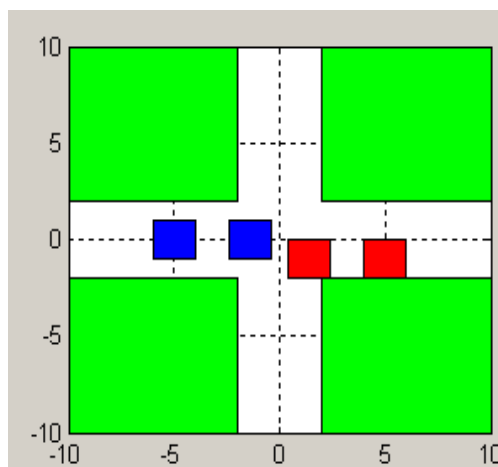
<b>EDICION</b>	<b>1</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-5,00	0,00	0,0	5,00	-1,00	180,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
80	0	0	246,91	-80	0	0	246,91

Localizado el punto de impacto, aparece la calculadora de impacto, la cual debe ser rellenada con las condiciones de impacto y de pre-impacto de ambos vehículos, obteniendo parámetros necesarios para seguir con la integración.



**→ CALCULADORA\_IMPACTO**

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **ENERGIA CINÉTICA**

coche\_1:  $V_{x_1} = 80$  Km/h,  $V_{y_1} = 0$  Km/h,  $w_{z_1} = 0$  rad/s  
 coche\_2:  $V_{x_2} = -80$  Km/h,  $V_{y_2} = 0$  Km/h,  $w_{z_2} = 0$  rad/s  
 coche\_1:  $V_{x_1} = 7.27273$  Km/h,  $V_{y_1} = 0$  Km/h,  $w_{z_1} = -4.8484$  rad/s  
 coche\_2:  $V_{x_2} = 7.27273$  Km/h,  $V_{y_2} = 0$  Km/h,  $w_{z_2} = -4.8484$  rad/s  
 coche\_1:  $E_{c1} = 246.91$  KJ,  $E_{c2} = 246.91$  KJ  
 coche\_1:  $E_{c1} = 31.42$  KJ,  $E_{c2} = 31.42$  KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

coche\_1:  $X_{cg_1} = -0.399$ ,  $Y_{cg_1} = 0$ ,  $teta_1 = 0$   
 coche\_2:  $X_{cg_2} = 0.399815$ ,  $Y_{cg_2} = -1$ ,  $teta_2 = 180$   
 inercia\_1: 1000, inercia\_2: 2500  
 masa\_1: 1000, masa\_2: 1000  
 inercia\_1: 2500, inercia\_2: 2500

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

instante: 1.180008 seg  
 $m_{1,roz} = 0.7$

**CONDICION IMPACTO**

$E_c PERDIDA = 430.377$  KJ

**CARACTERISTICAS IMPACTO**

e: 0.2,  $\mu$ : 0,  $\mu_{max}$ :  $-5.10269e-017$ , GAMMA: 90  
 PUNTO IMPACTO: X: 0, Y: -0.5

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

$m_{1,roz} = 0.7$

ACTUALIZAR      CALCULAR

**POST-IMPACTO**

Las condiciones de post-impacto que se obtienen son las siguientes:

Velocidad Post-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)
-7,27	0	-4,85	31,42	7,27	0	-4,85	31,42
31,44				31,44			

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
-0,99	0	0	0,99	-0,50	180

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,180	5,0	1,0	0,2	90	0,000	430,97	-24.241,67	0,00

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-87	0	87	-180	87	0	87	0

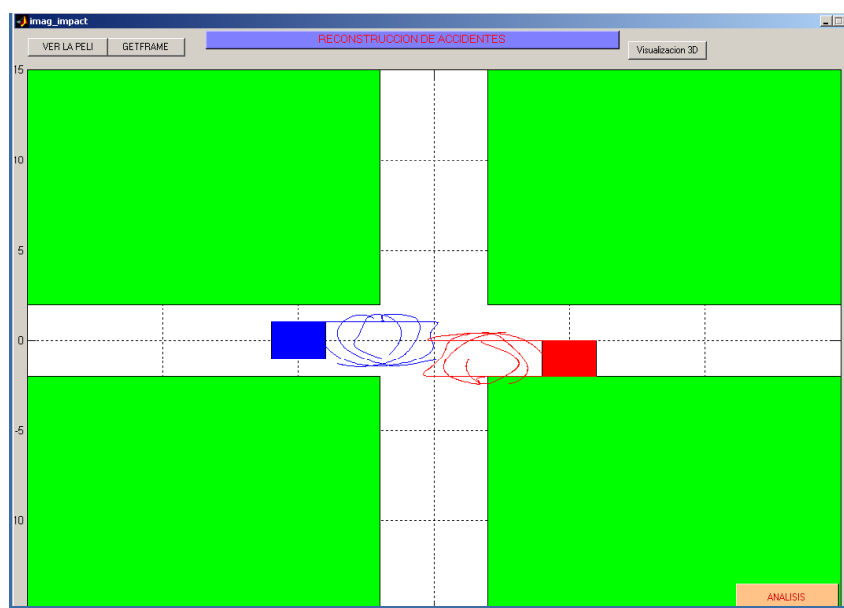
Se presentan a continuación los valores referidos al sistema N-T que forma 90° respecto al sistema X-Y

Velocidad Pre-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-80	0	0,0	246,91	0	80	0	0,0	0,17	0

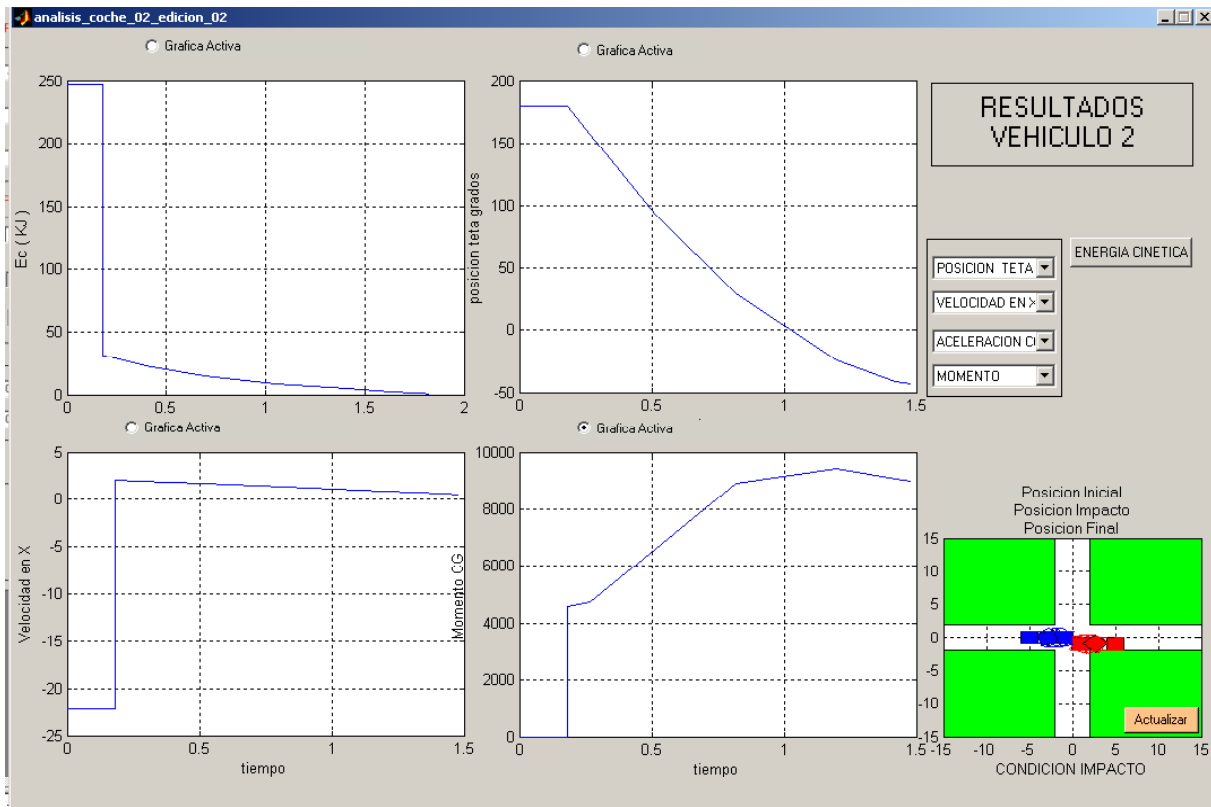
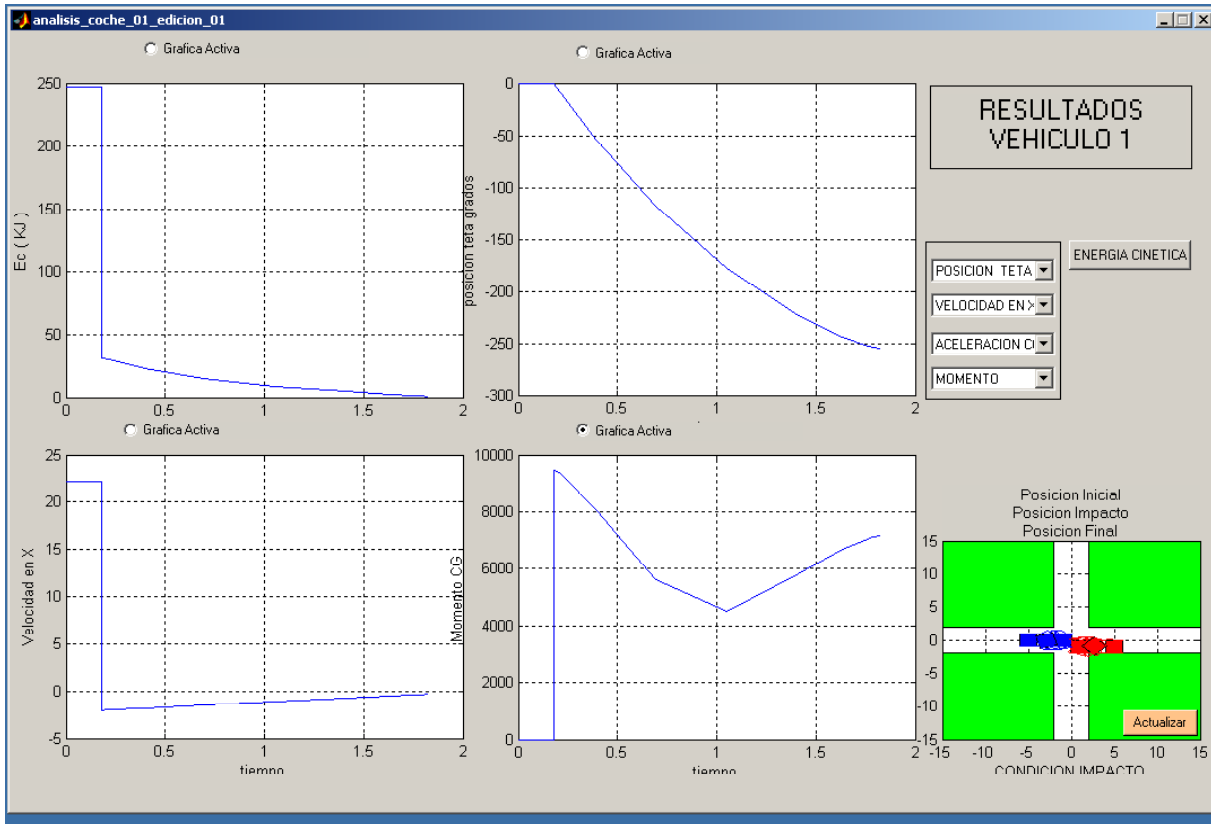
Velocidad Post-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
7	0	-4,85	2,04	0	-7	0	-4,85	2,04	0

Características del Impacto N-T									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitución Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	Impulso 1 N	Impulso 1 T	Impulso 2 N	Impulso 2 T
	X	Y				(Kg*m/s)	(kg*m/s)	(Kg*m/s)	(kg*m/s)
0,18	5,00	1,00	0,20	90,00	0,00	24.241,67	-0,92	24.242,22	-0,92

El movimiento de post-impacto que se obtiene es el siguiente:



Si pinchamos en el botón **ÁNÁLISIS**, se obtiene los siguiente resultados.



**5.4.2.3. SIMULACIÓN 3**

Se presenta a continuación una nueva simulación, iniciándose la simulación con los siguientes datos.

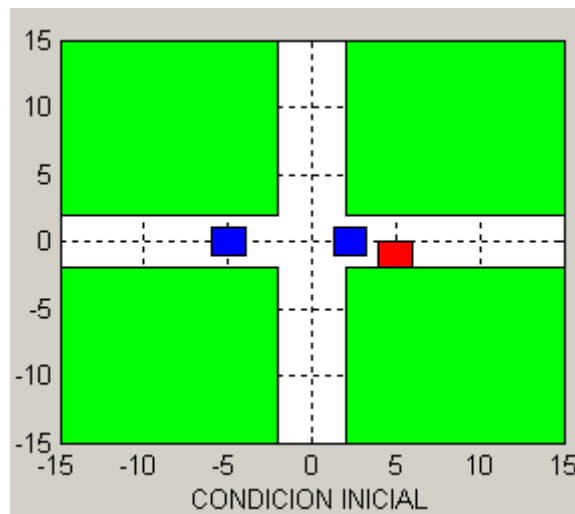
<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>3</b>
----------------------	----------

<b>EDICION</b>	<b>1</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-5,00	0,00	0,0	5,00	-1,00	0,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
80	0	0	246,91	0	0	0	0,00





Integrando el movimiento inicial, fase pre-impacto, hasta el momento de impacto, tenemos la colisión, la cual se modela en la Calculadora de Impacto.

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **ENERGIA CINETICA**

Vx\_1: 80 Km/h    Vy\_1: 0 Km/h    W\_1: 0 rad/s    Vx\_2: 0 Km/h    Vy\_2: 0 Km/h    W\_2: 0 rad/s    Vx\_1: 36.3636 Km/h    Vy\_1: 0 Km/h    W\_1: -2.4242 rad/s    Vx\_2: 43.6364 Km/h    Vy\_2: 0 Km/h    W\_2: -2.4242 rad/s    coche\_1: 246.91 KJ    coche\_2: 0 KJ    coche\_1: 58.36 KJ    coche\_2: 80.80 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**      **PARAMETROS GEOMETRICOS**      **PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: 2.985    Y\_cg\_1: 0    teta\_1: 0    X\_cg\_2: 5    Y\_cg\_2: -1    teta\_2: 0    X\_cg\_1: 5    Y\_cg\_1: -1    teta\_1: 0    X\_cg\_2: 5    Y\_cg\_2: -1    teta\_2: 0

**CARACTERISTICAS IMPACTO**      **INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

e: 0.2    mu: 0    mu\_max: -5.10263e-017    X: 4    Y: -0.5    GAMMA: 50    mu\_102: 0.7

**CONDICION IMPACTO**

instante: 3.65934 seg

**Ec PERDIDA**      **Ec PERDIDA**

107.744 KJ

**ACTUALIZAR**      **CALCULAR**

**POST-IMPACTO**

A modo de resumen, se presenta el estado de post-impacto.

Velocidad Post-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)
36,36	0	-2	58,36	43,63	0	-2,42	80,80

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
-2,00	0	0	5	-1	0

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,359	4,0	-0,5	0,2	90	0,000	107,74	-12.122,22	0,00

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-44	0	44	-180	44	0	44	0

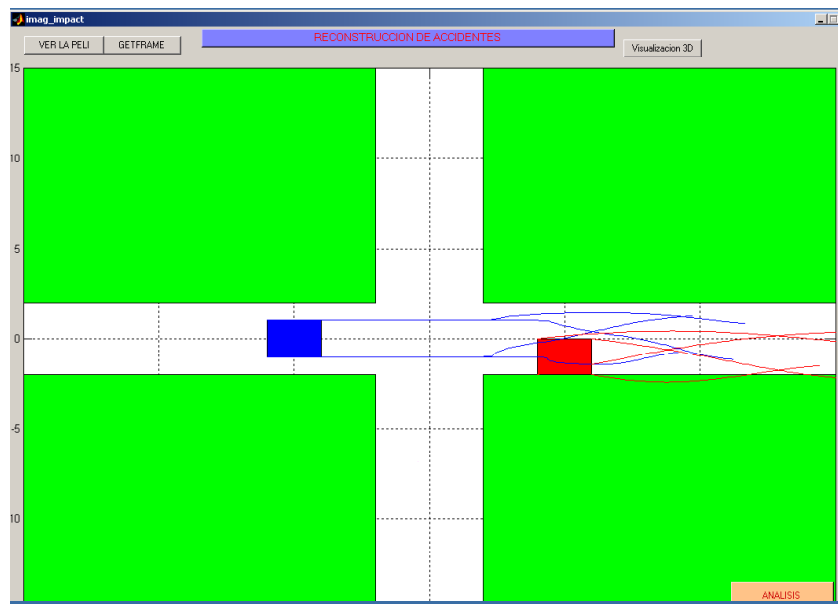
En coordenadas N-T, tenemos que:

Velocidad Pre-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-80	0	0,0	246,91	0	0	0	0,0	0,00	0

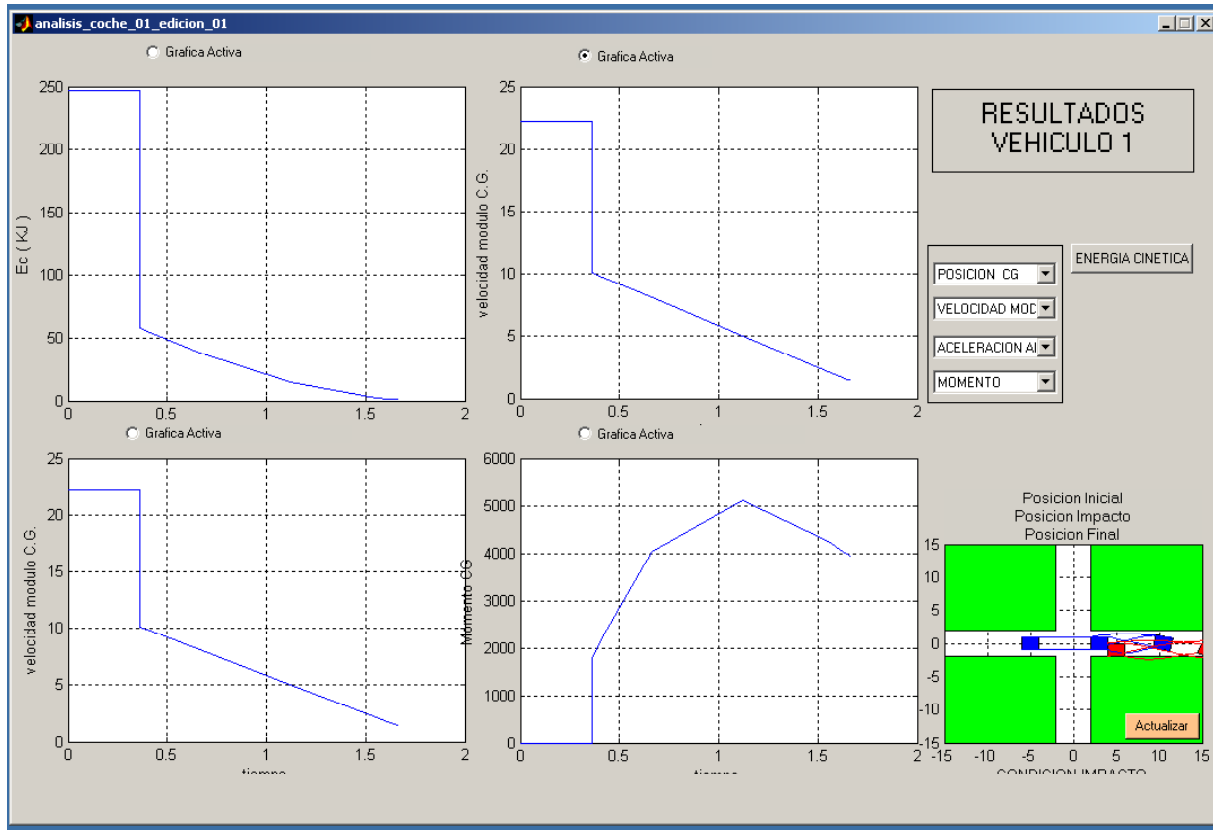
Velocidad Post-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-36	0	-2,42	51,00	0	-44	0	-2,42	73,44	0

Características del Impacto N-T									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitución Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	Impulso 1 N	Impulso 1 T	Impulso 2 N	Impulso 2 T
	X	Y				(Kg*m/s)	(kg*m/s)	(Kg*m/s)	(kg*m/s)
0,36	4,00	-0,50	0,20	90,00	0,00	12.122,22	-0,46	12.119,44	-0,46

Una imagen del movimiento se adjunta a continuación:



En cuanto a resultados, se presentan a continuación una imagen de estos.



### 5.4.2.4. SIMULACIÓN 4

Los datos de partida de la siguiente simulación son:

<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>4</b>
----------------------	----------

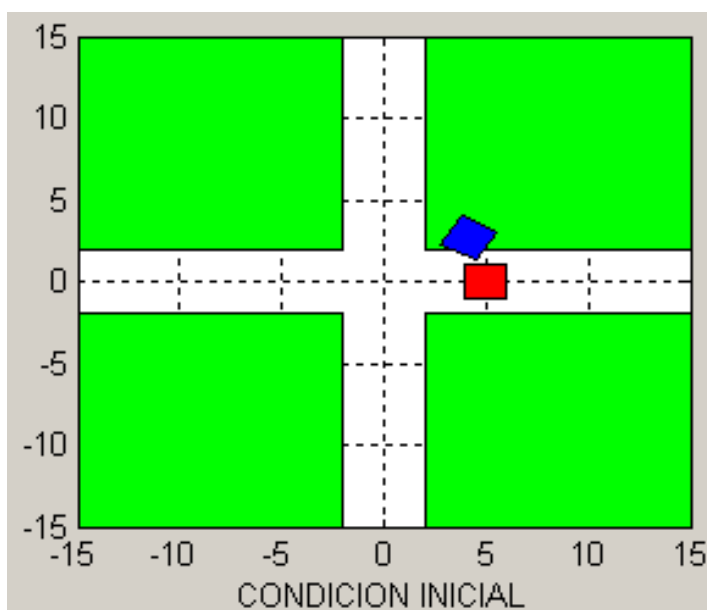
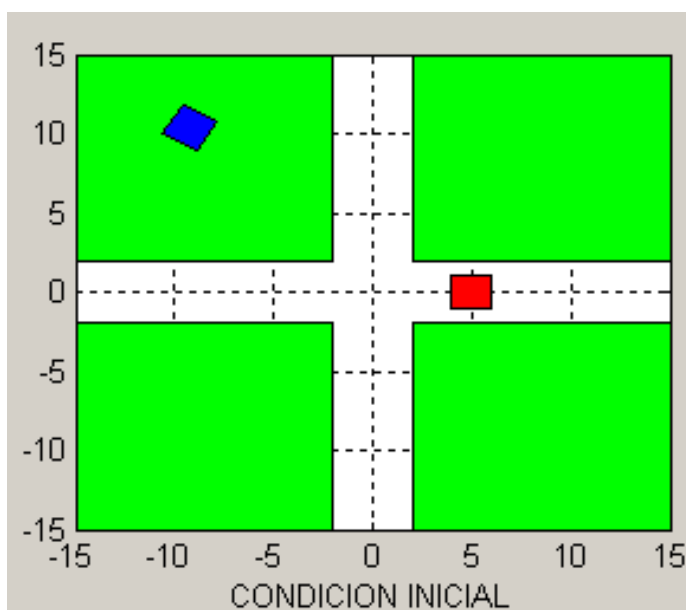
<b>EDICION</b>	<b>4</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-9,22	10,00	150,0	5,00	0,00	0,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
69	-40	0,0	246,91	0	0	0,0	0,00

Se adjunta imagen de fase de pre-impacto, inicial y previa a la colisión.



Como modelado al punto de impacto, se consideran los siguientes parámetros en la Calculadora de Impacto.

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**      **ENERGIA CINÉTICA**

$V_{x_1}$ 69.28 Km/h	$V_{x_2}$ 0 Km/h	$V_{x_1}$ 39.0768 Km/h	$V_{x_2}$ 30.2032 Km/h	PRE-IMPACTO coche_1 246.90 KJ
$V_{y_1}$ -40 Km/h	$V_{y_2}$ 0 Km/h	$V_{y_1}$ -18.0659 Km/h	$V_{y_2}$ -21.940 Km/h	coche_2 0 KJ
$\omega_1$ 0 rad/s	$\omega_2$ 0 rad/s	$\omega_1$ -3.6980 rad/s	$\omega_2$ -3.3559 rad/s	POST-IMPACTO coche_1 88.58 KJ
				coche_2 67.84 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

$X_{og_1}$ 4.623	$X_{og_2}$ 5
$Y_{og_1}$ 2.3758	$Y_{og_2}$ 0
$teta_1$ 150	$teta_2$ 0

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

masa_1 1000	inercia_1 2500
masa_2 1000	inercia_2 2500

**CONDICION IMPACTO**

instante 1.71911 seg

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

$e$ 0.2	$\mu$ -0.07	$\mu_{max}$ -0.146928
X PUNTO IMPACTO 5	Y PUNTO IMPACTO 1	GAMMA 50

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

$\mu_{roz}$  0.7

**Ec PERDIDA** 90.4639 KJ

**POST-IMPACTO**

ACTUALIZAR      CALCULAR

El estado post-impacto responde con el siguiente resultado:

Velocidad Post-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)
39,1	-18,1	-3,70	88,58	30,2	-21,9	-3,36	67,84

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
2,95	0	150	5	-1	0

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,719	5,0	1,0	0,2	50	-0,070	90,47	-8.392,56	-6.094,72

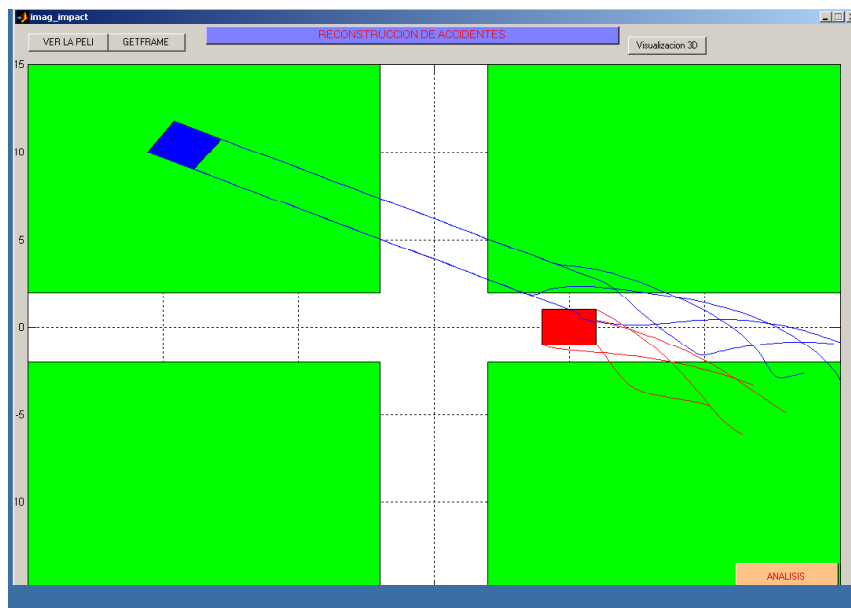
Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-8	6	10	144	8	-6	10	-36

En coordenadas N-T, el software arroja la siguiente información:

Velocidad Pre-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-79	14	0,0	239,50	7.453	0	0	0,0	0,00	0

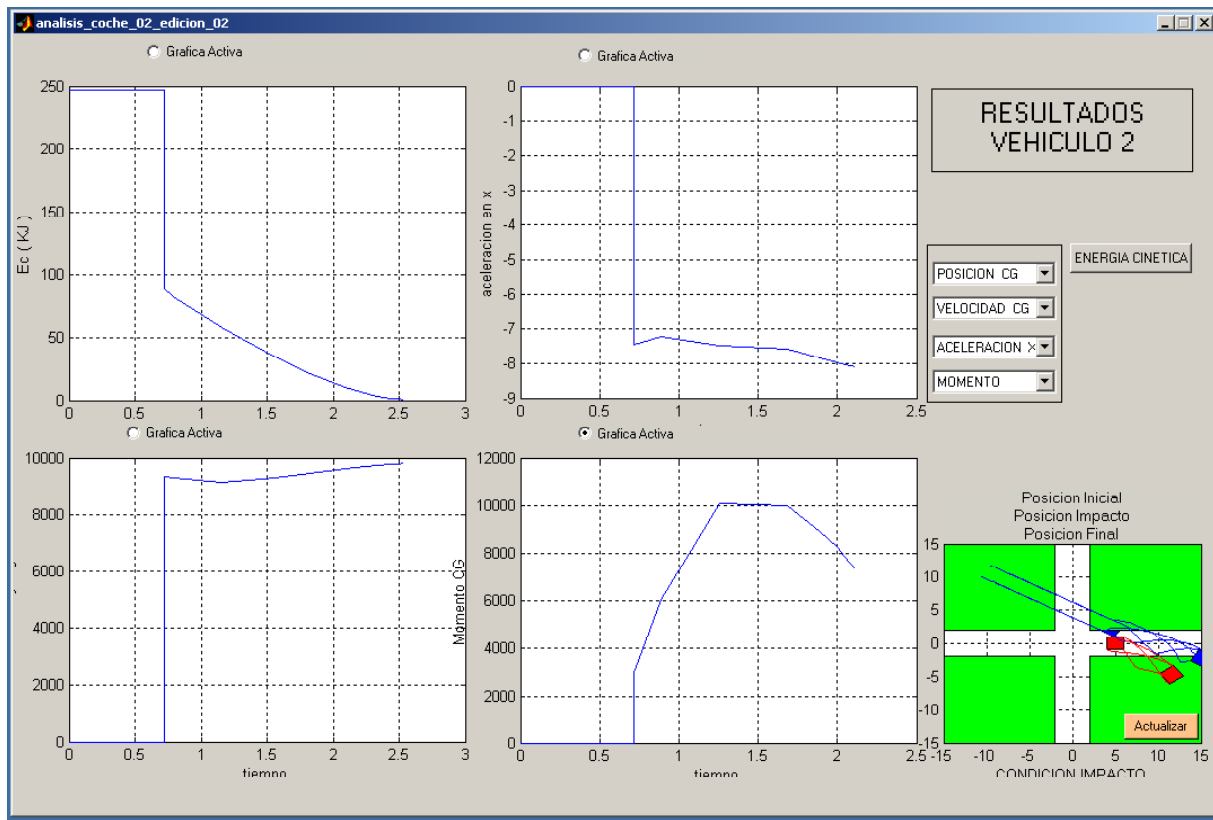
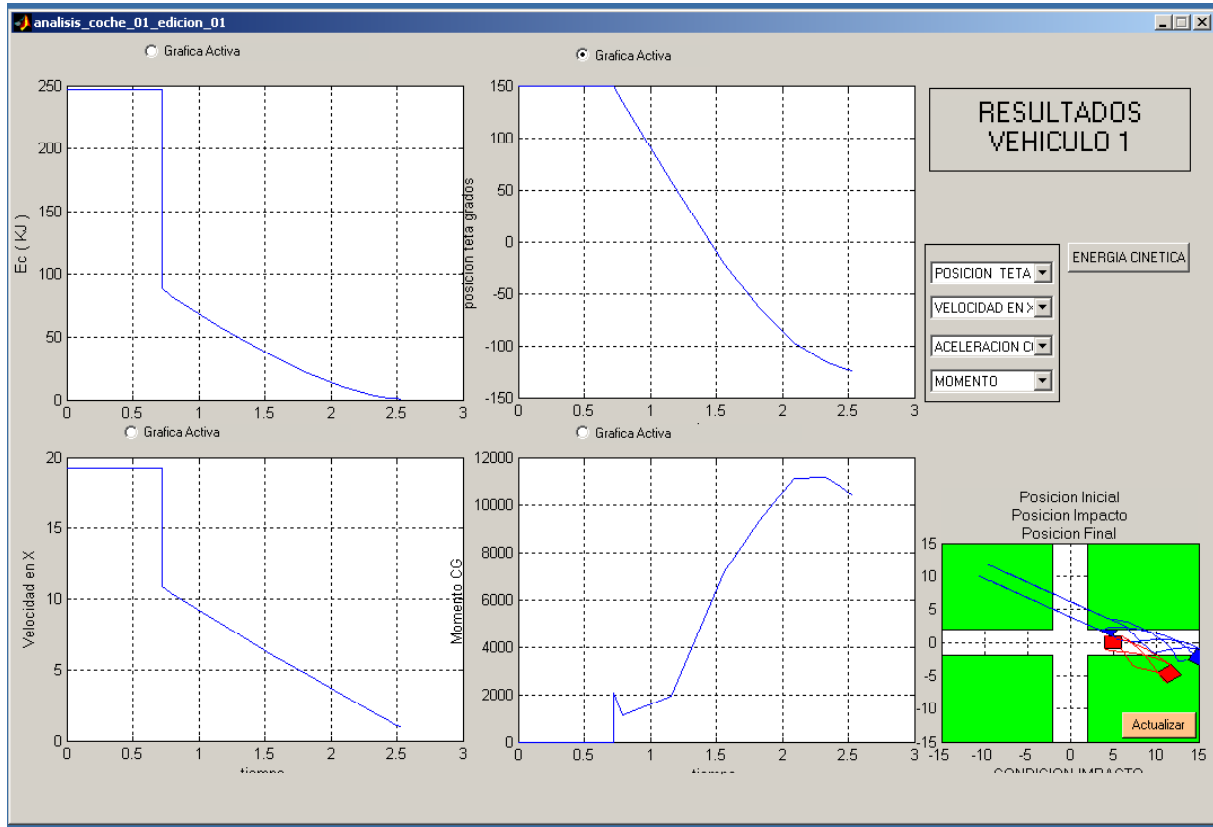
Velocidad Post-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-42	11	-3,70	66,58	4.913	-37	3	-3,36	53,50	262

Características del Impacto N-T									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitución Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	Impulso 1 N	Impulso 1 T	Impulso 2 N	Impulso 2 T
	X	Y				(Kg*m/s)	(kg*m/s)	(Kg*m/s)	(kg*m/s)
0,72	5,00	1,00	0,20	50,00	-0,07	10.346,67	-726,02	10.344,36	-724,45





Los resultados arrojados por el interfaz de análisis son:



### 5.4.2.5. SIMULACIÓN 5

Se inicia una nueva simulación donde se intente retrasar el punto de impacto, es decir, el golpe es en la parte trasera, más atrasado que en la simulación 4.

<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>5</b>
----------------------	----------

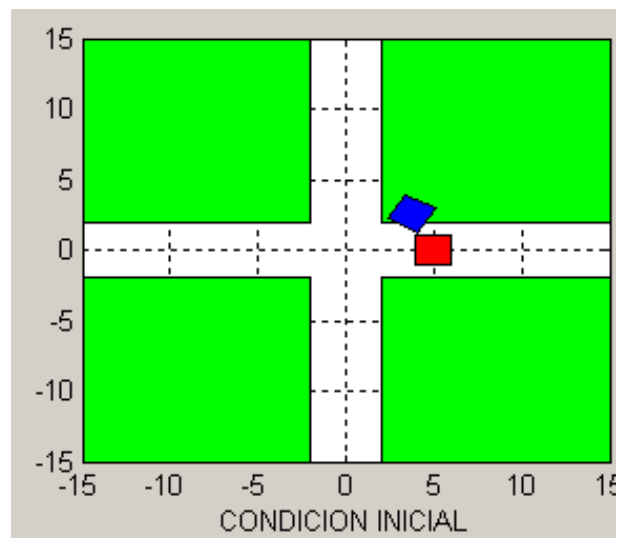
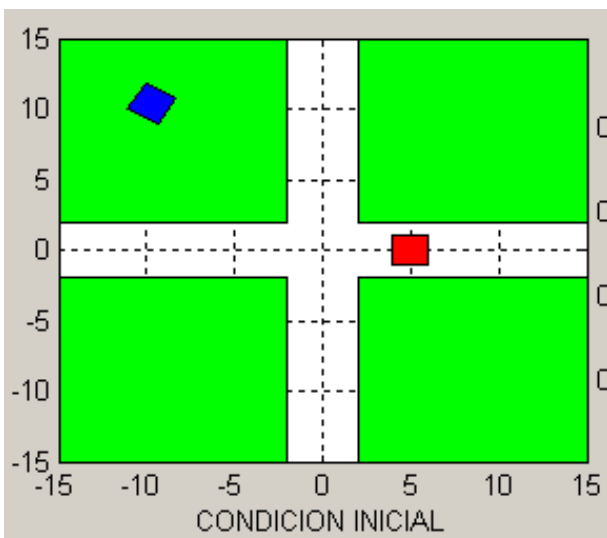
<b>EDICION</b>	<b>1</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-9,72	10,00	150,0	5,00	0,00	0,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
69	-40	0,0	245,40	0	0	0,0	0,00

De nuevo se presenta imágenes de la situación a analizar.



El modelado del impacto se hace con los siguientes parámetros:

**Calculadora IMPACTO**

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y** VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y** VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y

**ENERGIA CINÉTICA**

**PARAMETROS GEOMETRICOS** **PARAMETROS GEOMETRICOS**

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

**CONDICION IMPACTO**

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

**CARACTERISTICAS IMPACTO**

**POST-IMPACTO**

**Ec PERDIDA**

**instante 3.71603 seg**

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**  
 Vx\_1: 69 Km/h, Vy\_1: -40 Km/h, W\_1: 0 rad/s  
 Vx\_2: 0 Km/h, Vy\_2: 0 Km/h, W\_2: 0 rad/s

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**  
 Vx\_1: 38.4294 Km/h, Vy\_1: -19.375 Km/h, W\_1: -4.9931 rad/s  
 Vx\_2: 30.5706 Km/h, Vy\_2: -20.624 Km/h, W\_2: -1.1051 rad/s

**ENERGIA CINÉTICA**  
 PRE-IMPACTO: coche\_1: 245.40 KJ, coche\_2: 0 KJ  
 POST-IMPACTO: coche\_1: 102.6 KJ, coche\_2: 53.99 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**  
 X\_cg\_1: 4.088, Y\_cg\_1: 2.4106, theta\_1: 150  
 X\_cg\_2: 5, Y\_cg\_2: 0, theta\_2: 0

**PARAMETROS GEOMETRICOS**  
 masa\_1: 1000, inercia\_1: 2500  
 masa\_2: 1000, inercia\_2: 2500

**CONDICION IMPACTO**  
 instante: 3.71603 seg

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**  
 mu\_roz: 0.7

**CARACTERISTICAS IMPACTO**  
 e: 0.2, mu: -0.105, gamma: 50  
 "mu\_max": -0.14542

**Ec PERDIDA**: 88.7926 KJ

**ACTUALIZAR** **CALCULAR** **POST-IMPACTO**

Se recoge de nuevo los resultados en forma de tabla.

Velocidad Post-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética Total (KJ)
38,4	-19,4	-4,99	102,60	30,6	-20,6	-1,11	53,99

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
4,01	2	150	5,0	0	0

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,716	4,0	1,0	0,2	50	-0,105	88,79	-8.572,39	-5729,167

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-9	6	10	146	8	-6	10	-34

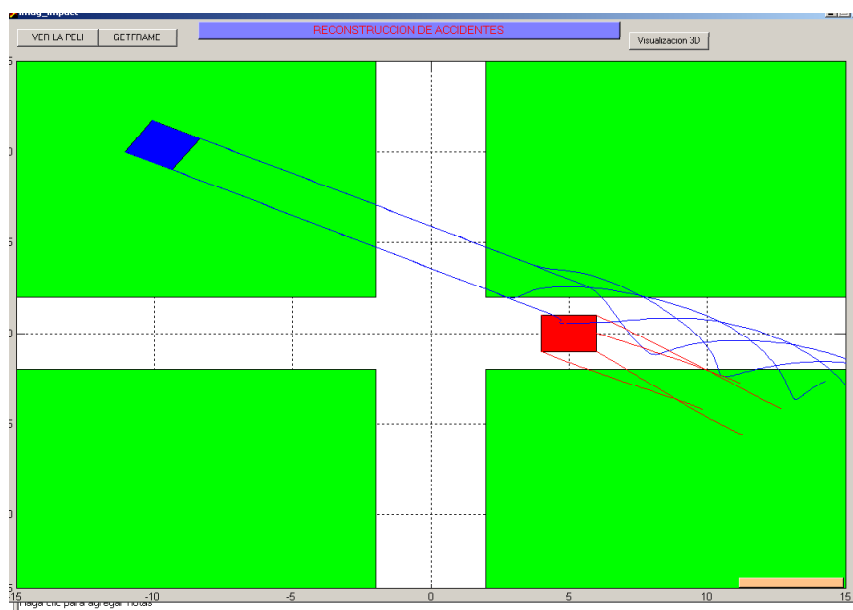
Estos valores en coordenadas N-T, son los siguientes:

Velocidad Pre-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-79	14	0,0	239,50	7.453	0	0	0,0	0,00	0

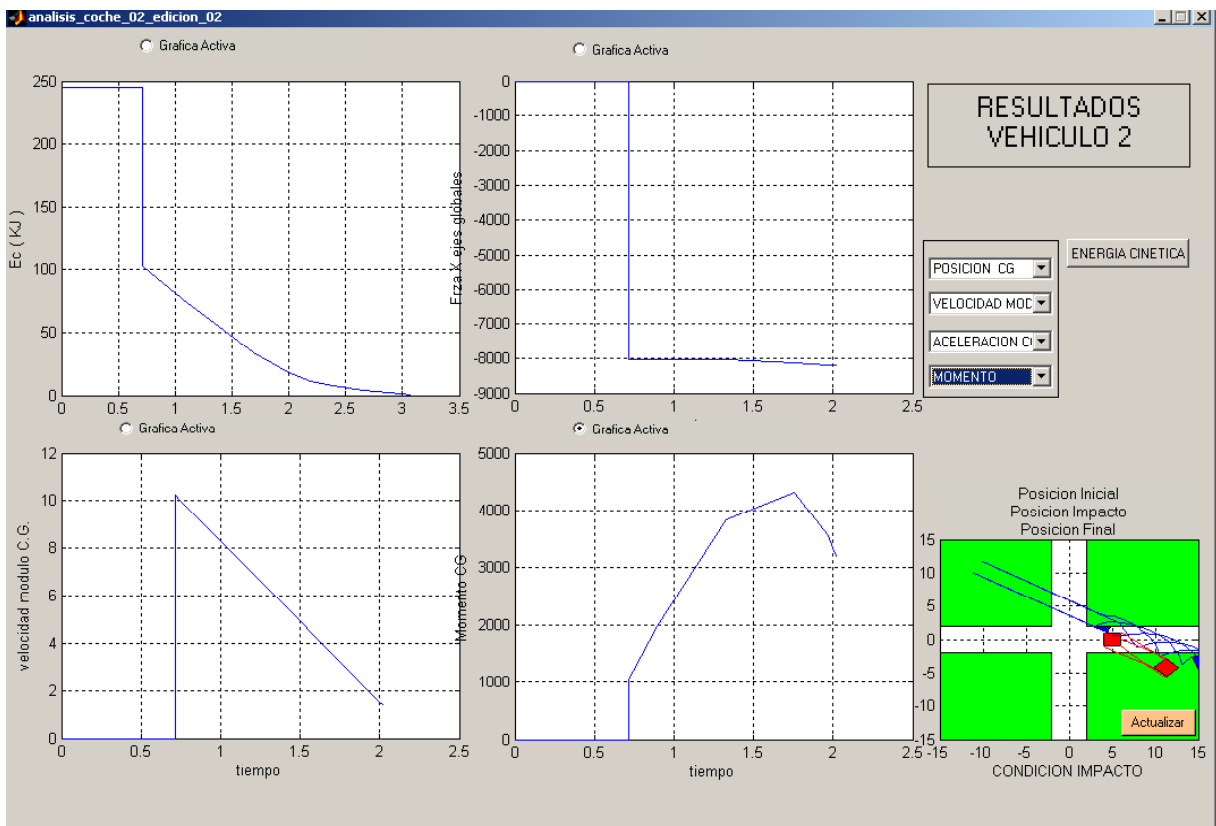
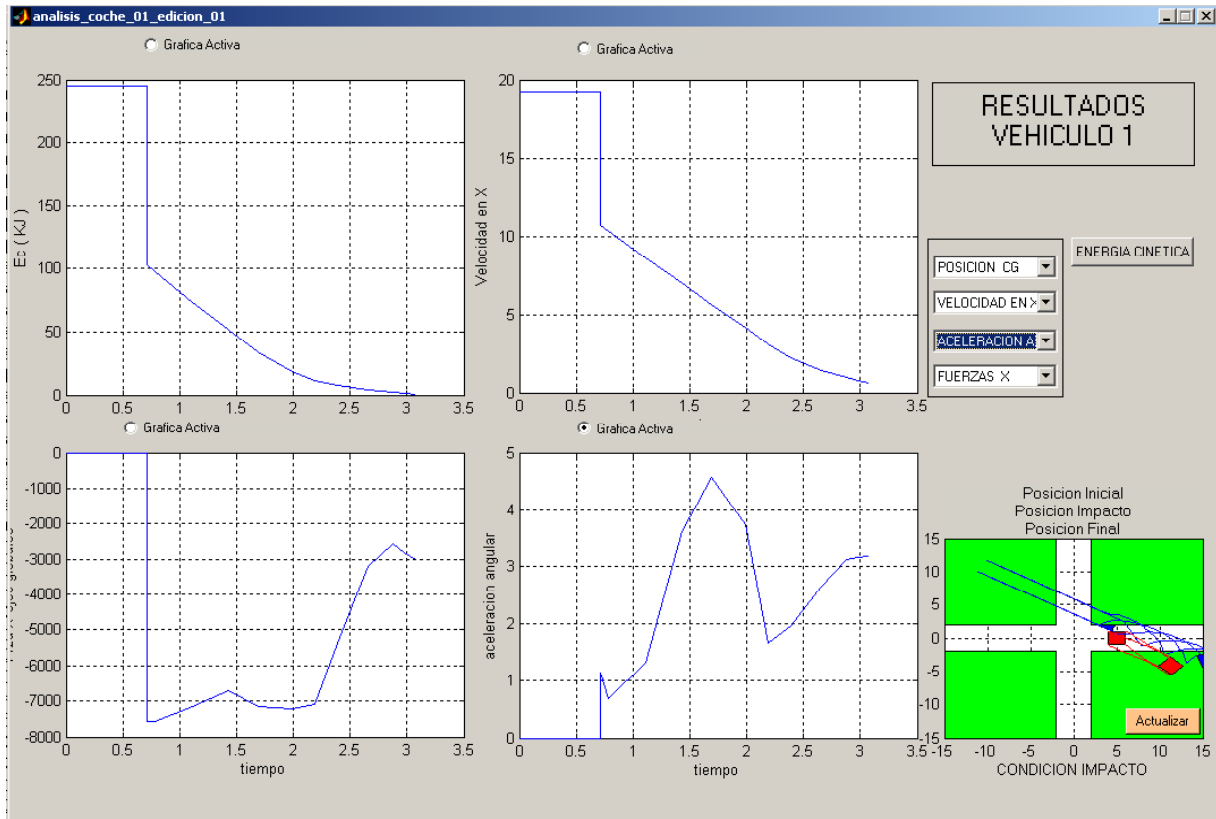
Velocidad Post-impacto									
Vehículo 1					Vehículo 2				
Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial	Vn	Vt	W	E.Cinética Normal	E.Cinética Tangencial
(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)	(Km/h)	(Km/h)	(rad/s)	(KJ)	(KJ)
-42	10	-4,99	67,71	3.751	-37	4	-1,11	51,88	573

Características del Impacto N-T									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitución Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	Impulso 1 N	Impulso 1 T	Impulso 2 N	Impulso 2 T
	X	Y				(Kg*m/s)	(kg*m/s)	(Kg*m/s)	(kg*m/s)
0,72	4,00	1,00	0,20	50,00	-0,11	10.249,44	-1.121,64	10.186,72	-1.070,82

El resultado se refleja en la siguiente imagen:



En cuanto a los resultados, se adjuntan imágenes de estos.



### 5.4.2.6. SIMULACIÓN 6

En la siguiente simulación, el segundo vehículo posee una E.c de movimiento.

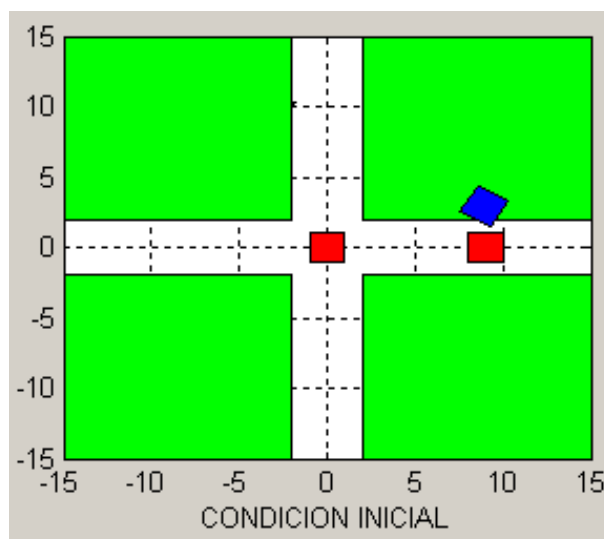
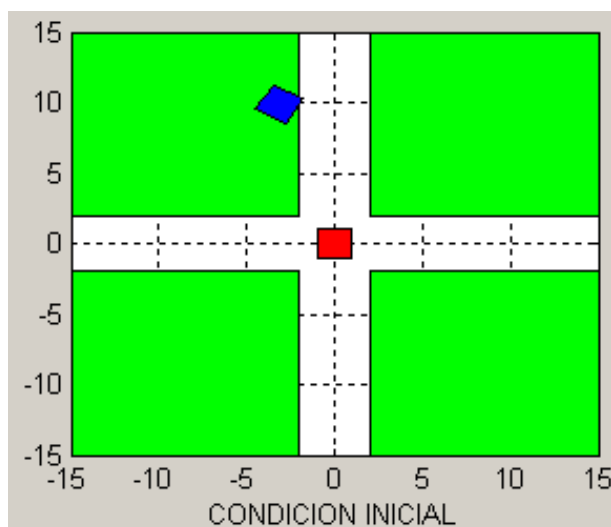
<b>SIMULACIÓN N°</b>	<b>6</b>
----------------------	----------

<b>EDICION</b>	<b>1</b>
----------------	----------

Vehículos. Propiedades					
Masa 1 (Kg)	Inercia 1 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada	Masa 2 (Kg)	Inercia 2 (kgm2)	Interacción Neumático-Calzada
1.000	2.500	0,7	1.000	2.500	0,7

Vehículos. Posición Inicial					
X 1	Y 1	Teta (grados)	X 2	Y 2	Teta (grados)
-3,14	9,87	330,0	0,00	0,00	0,0

Velocidad Pre-impacto							
Vehículo 1				Vehículo 2			
Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)	Vx (Km/h)	Vy (Km/h)	W (rad/s)	E.Cinética (KJ)
47	-27	0,0	112,48	35	0	0,0	0,00



El impacto se modela de la siguiente forma:

**CALCULADORA\_IMPACTO**

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**

Vx\_1: 46.76 Km/h  
Vy\_1: -27 Km/h  
W\_1: 0 rad/s

**VELOCIDAD PRE-IMPACTO X-Y**

Vx\_2: 0 Km/h  
Vy\_2: 0 Km/h  
W\_2: 0 rad/s

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**

Vx\_1: 33.0932 Km/h  
Vy\_1: -6.9572 Km/h  
W\_1: -1.6496 rad/s

**VELOCIDAD POST-IMPACTO X-Y**

Vx\_2: 13.6668 Km/h  
Vy\_2: -20.042 Km/h  
W\_2: -2.4093 rad/s

**PRE-IMPACTO**

coche\_1: 112.48 KJ  
coche\_2: 0 KJ

**POST-IMPACTO**

coche\_1: 47.52 KJ  
coche\_2: 29.96 KJ

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_1: 9.78  
Y\_cg\_1: 2.409  
teta\_1: 330

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

X\_cg\_2: 9.6  
Y\_cg\_2: 0  
teta\_2: 0

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

masa\_1: 1000  
masa\_2: 1000  
inercia\_1: 2500  
inercia\_2: 2500

**PARAMETROS GEOMETRICOS**

instante: 1.994706 seg

**CONDICION IMPACTO**

Ec PERDIDA: 34.9995 KJ

**CARACTERISTICAS IMPACTO**

e: 0.2  
mu: 0.1  
"mu\_max": -0.303262

**PUNTO IMPACTO**

X: 10  
Y: 1  
GAMMA: 40

**INTERACCION NEUMATICO-CALZADA**

mu\_roz: 0.7

**ACTUALIZAR**

**CALCULAR**

**POST-IMPACTO**



Como resultado de post-impacto se tiene:

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
9,78	2	330	9,7	0	0

Características del Impacto X-Y								
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)
	X	Y						
0,994	4,0	1,0	0,2	40	0,100	34,99	-3.796,33	-5569,444

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-4	6	7	124	-6	-6	8	43

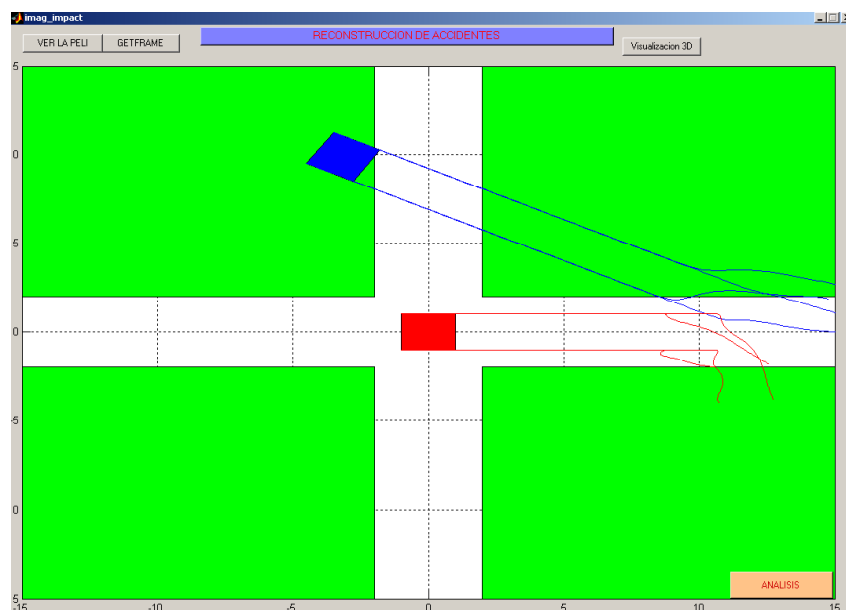
Que en coordenadas N-T, se tiene:

Posicion de Impacto					
Posicion & Orientacion Vehículo 1			Posicion & Orientacion Vehículo 2		
X	Y	Teta (grados)	X	Y	Teta (grados)
9,78	2	330	9,7	0	0

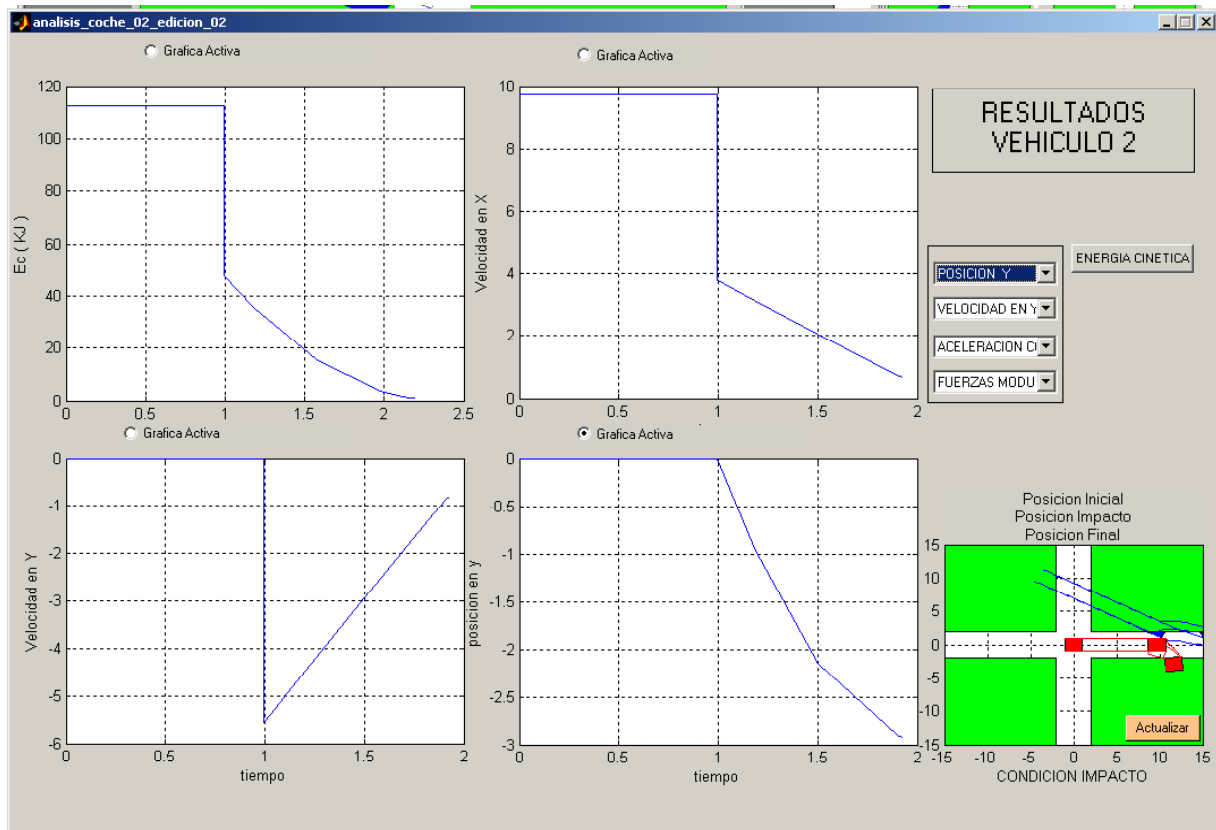
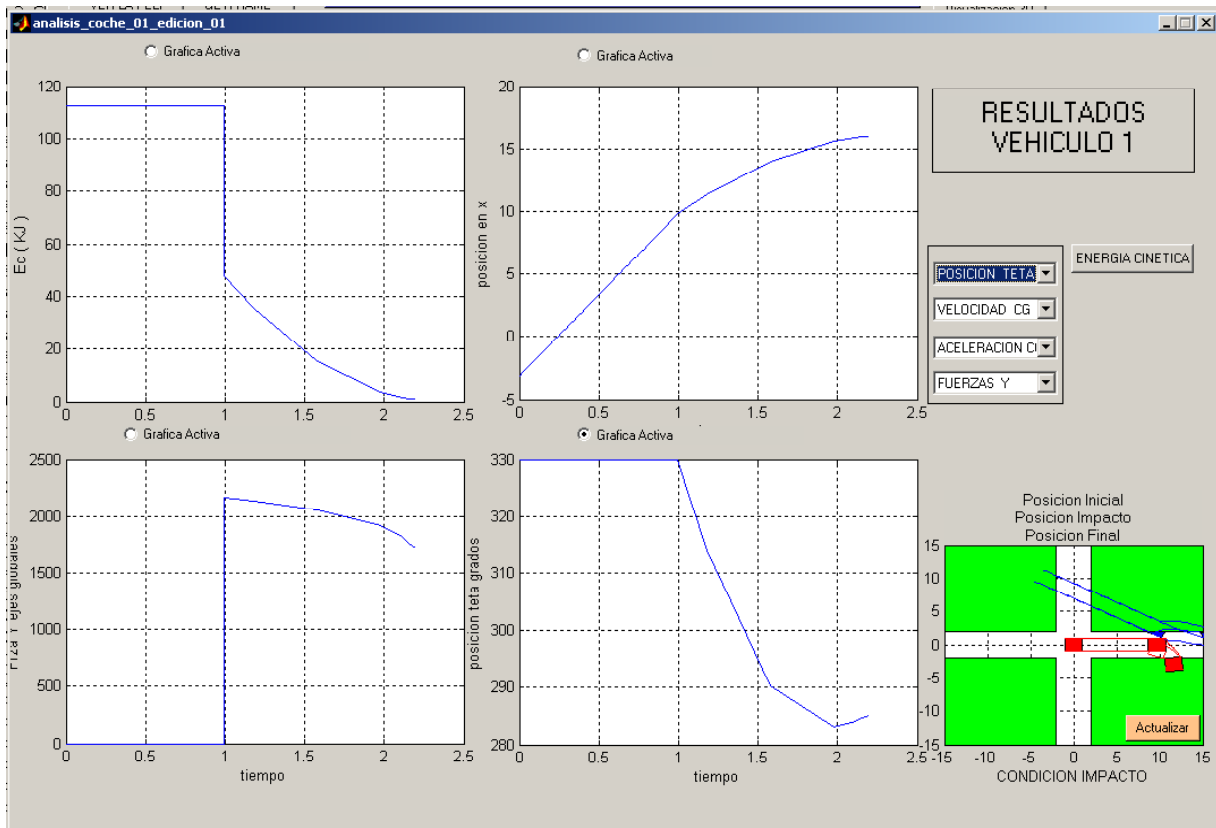
Características del Impacto X-Y									
Tiempo de impacto (s)	Coordenadas Impacto		Restitucion Normal	Ángulo de plano de impacto (grados)	Rozamiento Tangencial	E.Cinética perdida (KJ)	Impulso X (Kg*m/s)	Impulso Y (kg*m/s)	
	X	Y							
0,994	4,0	1,0	0,2	40	0,100	34,99	-3.796,33	-5569,444	
						0,698114871	35,00	5.925,56	5.567,22

Índice de Severidad							
Vehículo 1 Delta-V (m/s)				Vehículo 2 Delta-V (m/s)			
Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación (grados)	Delta-Vx	Delta-Vy	Módulo	Orientación
-4	6	7	124	-6	-6	8	43

El movimiento global es el siguiente:



Algunos de los resultados arrojados de la simulación son:



## 6. CONCLUSIONES. RESUMEN

Aunque la filosofía del presente proyecto fue dar una visión global de las herramientas usadas en la reconstrucción de accidentes, nuestra ambición llega aún más lejos, generando un software con capacidad de generar pequeñas películas, salida en formato avi, para poder ser incluso usadas como pruebas judiciales. Además, presenta un interfaz fácil de usar donde se pueden representar las variables más relevantes asociadas al centro de gravedad: posición, velocidad y aceleración.

Dentro de las colisiones vehiculares podemos decir que se han desarrollado dos frentes de trabajo, no excluyentes sino complementarios para un mismo fin, la reconstrucción de accidentes.

1. En la necesidad de generar las trayectorias seguidas por nuestros vehículos impactados, fase de post-impacto, se genera la programación de un modelo dinámico vehicular que recoge las fuerzas de interacción neumático – calzada modelándose como deslizamiento simple, es decir, sin rodadura ( $F_{roz}=\mu*N$ ). Un ejemplo de esta situación puede ser el bloqueo en las 4 ruedas. Este modelo dinámico vehicular es simplificado en la fase previa al impacto, considerándose un movimiento uniforme.
2. El otro frente abierto ha sido el análisis de las técnicas empleadas en los modelos de impacto que son de uso en el campo de la accidentología. Ambos modelos usan como base la formulación del momento-impulso de la segunda Ley de Newton. Por un lado tenemos un modelo que combina impulso-momento con relaciones de geometría deformada y energía perdida en el impacto y por otro lado, un modelo de sólido rígido que combina restitución y fricción. Este último modelo, que ha sido desarrollado en el presente proyecto, cabe destacar el efecto de rozamiento en los impactos de vehículos. El uso de un valor del rozamiento mayor que el máximo que hace que las velocidades tangenciales

después del impacto sean iguales, nos genera situaciones irreales, añadiendo Energía cinética al sistema después del impacto.

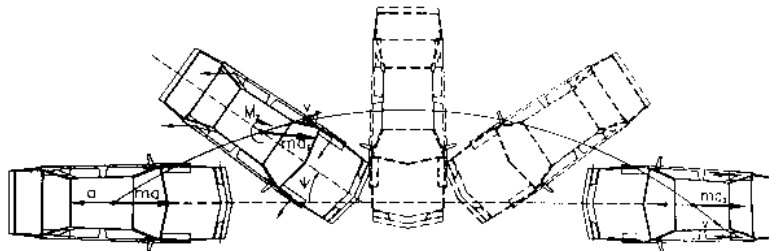
Como reflexión a la programación, el software “ **FRAN-CRASH** “, cabe decir que aunque se desarrolle un software donde la complejidad se eleve de forma exponencial, ya sea en el modelo de impacto o en un modelo vehicular más complejo, donde se recoja el efecto de amortiguación, por ejemplo, no podemos dejar fuera el factor determinante de la pericia del accidentólogo. Ello se refleja en algunas simulaciones realizadas. Aunque se usen datos aparentemente fiables para modelar el impacto, estos nos puede conducir a una solución incongruente. Este efecto se puede observar en la simulación 4, formato .avi , edición 1.

Por último, y como simplificación al modelo de impacto usado, se desarrollan los casos de impacto contra barrera rígida y atropello de peatones.

## 7. TRABAJOS FUTUROS

Quedarían pendientes para trabajos futuros, con una cierta complejidad, los siguientes puntos.

- Trabajar en un modelo de impacto basado en la deformación, con datos fiables de rigidez de laboratorio
- Implementar al modelo de sólido rígido del presente proyecto, modelo impulsivista, una mejora en la interacción Neumático – Calzada, introducir ángulo de deriva, con capacidad de modelar efectos de bloqueo en los diferentes neumáticos. Se pueden conseguir numerosas situaciones que se dan en la vida real. A título de ejemplo, se presenta el efecto de bloque de las ruedas traseras, efecto no posible en nuestro software, al no controlar las variables puestas en juego en los neumáticos – calzada.



**Figura .-** Efecto de bloqueo de las ruedas traseras

- La implementación en la programación de los efectos dinámicos del movimiento del vehículo nos lleva a conseguir una mejora en la obtención de los resultados. Dicha mejora debe ir acompañada con mejores resultados visuales. Para ello se propone la herramienta de realidad virtual que dispone el software de programación usado, MATLAB. (Start→Toolboxes→Virtual Reality→ Ver demo 2, “Car in the mountains”).



- La dificultad que conlleva una programación en la dinámica del movimiento del vehículo, así como una mejora en la salida de película, realidad virtual, puede solventarse usando como base el software Adams Car. Este módulo no está capacitado para impactos de vehículos pero sí para realizar estudios de situaciones reales, peritajes.

## 8. ANEJOS

Como anejos al proyecto se incluye en formato *digital* los archivos con extensión .m para usar en el software " Matlab ", donde se puede consultar el código fuente del software " **FRAN- CRASH** ", así como la programación de la calculadora de atropellos.

Autor:

Francisco Javier Hidalgo López

e-mail: [fran41730@hotmail.com](mailto:fran41730@hotmail.com)

tlfno: 657-213-534

Dirigido por:

Dra. Juana Mayo Núñez